Es (interpolazione): Si vuole det il grafico di $f(x) = \operatorname{sen} x^2$ su $[-10, 10]$, con err assoluto $\leq 1/80$, utilizz l'istr plot $(x, f(x))$ con suddiv uniforme dell'int. Determ un numero suff di sottointervalli.

- $x = (x_1, \dots, x_n)$ con $x_j = -10 + \frac{20}{n-1}(j-1)$, $j = 1, \dots, n$

  dobbiamo scegliere n che garantisce $e(f) \leq \frac{1}{80}$

  (si ricordi che plot (x,y) disegna il grafico dell'unica f cont lin a tratti che int i dati $(x_1,y_1), \dots, (x_n,y_n)$)

- $f \in \mathcal{C}^2([-10,10], \mathbb{R})$, $e(f) \leq \frac{M_2}{8} h^2$

  con $M_2 = \max_{[-10,10]} |f''(x)|$, $h = \frac{20}{n}$

- $f'(x) = 2x \cos x^2$, $f''(x) = 2 \cos x^2 - 4x^2 \operatorname{sen} x^2$

  $|f''(x)| \leq 2 + 4x^2 \Rightarrow M_2 \leq 402$

- cerco h t.c.: $\frac{402}{8} h^2 \leq \frac{1}{80} \sim h^2 \leq \frac{1}{4020} \sim h \leq \frac{1}{63{,}4\dots}$

- valore di h suff: $\frac{1}{64} \Rightarrow \frac{20}{n-1} = \frac{1}{64} \sim \boxed{n = 64 \cdot 20 + 1 = 1281}$

```
> x = linspace(-10, 10, 1281);
> y = sin(x.^2);
> plot(x,y)
```

OCTAVE

$$\left[\; x.\hat{}2 = (x_1^2, x_2^2, \dots, x_n^2) \;\right]$$

```
> x = -10 : 20/1280 : 10;
> y = sin(x.^2);
> plot(x,y)
```

SCILAB

$x = a : \delta : b$
genera $a, a+\delta, a+2\delta, \dots, a+N\delta$
con $N = \max\{k \in \mathbb{N} \mid a + k\delta \leq b\}$

Oss.: $\sin(x\hat{}2) = rd(\operatorname{sen}(rd(\xi^2)))$, $\xi = rd(x)$

$$\boxed{x \longrightarrow \xi = rd(x) \longrightarrow \xi \otimes \xi = rd(\xi^2) \longrightarrow \sin(\xi \otimes \xi) = rd[\operatorname{sen}(rd(\xi^2))]}$$

- $\xi = (1+\varepsilon_1)x$, $|\varepsilon_1| \leq u$
- $rd(\xi^2) = (1+\varepsilon_2)(1+\varepsilon_1)^2 x^2 = (1+\theta_3)x^2$

  $\theta_3 = 2\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \dots \Rightarrow |\theta_3| \leq 3u + \dots \approx 3u$

- $\operatorname{sen}((1+\theta_3)x^2) = \operatorname{sen} x^2 + \delta$

  $\delta = \operatorname{sen}((1+\theta_3)x^2) - \operatorname{sen} x^2 \approx (\cos x^2)\, \theta_3 x^2$

  $\boxed{f(y+h) \approx f(y) + f'(y)h}$

  $\Rightarrow |\delta| \leq 3x^2 u + \dots \leq 300u$ $\boxed{\ll 1/80}$

Es (sistemi lineari, 16/2/2009): Per ogni $x \in \mathbb{R}$ sia

$$A(x) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- determ l'ins T degli x t.c. EG è def su $A(x)$;
- determ l'ins P degli x t.c. $A(x)$ è def pos;
- $\forall x \notin T$, decidere se $A(x)$ ammette fatt LR.

Sol :

- usando Teo su ris def di EG :

1) $\det A(x)[1] = \det(1) \neq 0$

2) $\det A(x)[2] = \det \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & x \end{bmatrix} = x - 1 \;, \quad \neq 0 \iff x \neq 1$

q. di $T = \{ x \neq 1 \}$

- usando il Teo di caratt delle matrici sdp :

1) $\det A(x)[1] = 1 > 0$

2) $\det A(x)[2] = x - 1 \;, \quad > 0 \iff x > 1$

3) $\det A(x)[3] = 0$

q. di $P = \emptyset$

- $x \notin T \sim x = 1 \;;\; A(1) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

EG	d	nd
i	$\exists!$	$\nexists$
ni	$\exists!$	$\bullet$

si ha: $A(1) = \boxed{\begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{matrix}} \boxed{\begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix}} \Rightarrow$ $\boxed{\exists\ \infty\text{-te fatt LR di } A(1)}$