Es: $[a,b]=[0,2\pi]$; $f(t)=\operatorname{sen}\omega t$, $\omega>0$

- $\forall j$ int positivo, $\max\{|f^{(j)}(t)|,\ t\in[0,2\pi]\}=\omega^j$
- $\forall \tau\in[0,2\pi]$, $|t-\tau|\le 2\pi$

$$\Rightarrow\ e(f)\le \frac{\omega^{k+1}}{(k+1)!}(2\pi)^{k+1} \quad\text{e}\quad \lim_{k\to+\infty}\frac{(2\pi\omega)^{k+1}}{(k+1)!}=0$$

OVVERO:

> l'errore di ricostruz può essere reso arb piccolo scegliendo suff grande il # di ist di campionam; l'unico vincolo sugli ist di camp è che siano distinti.

Es: $[a,b]=[0,1]$; $f(t)=\begin{cases} t\operatorname{sen}\frac{\pi}{t} & \text{per } t\neq 0\\ 0 & \text{per } t=0\end{cases}$

- $t_j=\frac{1}{j+1}$, $j=0,1,2,\dots$ (0, 1/3, 1/2, 1 ; $\dots t_2\ t_1\ t_0$)
- $f(t_j)=\frac{1}{j+1}\operatorname{sen}[(j+1)\pi]=0$ $\Rightarrow$ dati da interp: $(t_0,0),(t_1,0),\dots$

  $\Rightarrow \forall$ f di ricostr r: $r(c(f))=0$.

Q. di: $e(f)=\max\{|f(t)|,\ t\in[0,1]\}>0$ INDIP da k

OVVERO:

> $\exists$ funz e ~~strategie~~ di scelta degli ist di camp t.c. $\lim_{k\to\infty} e(f)\neq 0$.

Oss: in generale...

- se $\max\{|f^{(j)}(t)|,\ t\in[a,b]\}$ non cresce troppo rapidam con j (Es: $\dots<L^j$, $L>0$)

  allora $\lim_{k\to\infty} e(f)=0$ con qualsiasi strategia di scelta dei t_j
- $\forall f$ continua, $\exists$ strategia di scelta dei t_j t.c. $\lim_{k\to\infty} e(f)=0$

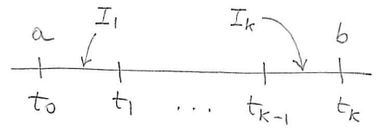
  [... ma QUALE ?];
- $\forall$ strategia di scelta dei t_j, $\exists f$ continua t.c. $\lim_{k\to\infty} e(f)\neq 0$.

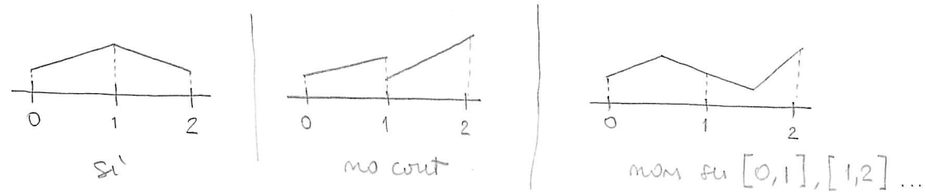
$\Rightarrow$ ricostr con int polinomiale soddisf solo per POCHE funzioni molto regolari.

ALTERNATIVA: ricostr con funzioni continue lineari a tratti

def (f lin a tratti): $a<b\in\mathbb{R}$, $a=t_0<t_1<\dots<t_k=b$,

$I_j=[t_{j-1},t_j]$, $j=1,\dots,k$



- $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ è una f CONTINUA LINEARE A TRATTI (su $I_1,\dots,I_k$) SE
  - f è continua su $[a,b]$
  - $\forall j=1,\dots,k$ $\exists p_j\in P_1(\mathbb{R})$ t.c. $f=p_j$ su I_j

Es: