- COSTO

def (costo aritmetico): # pseudo-op eseguite per portare a termine la proc.

Oss: (1) confronti a "costo zero": ragionevole se pochi
(Es: $x \in \mathbb{R}^n$, per calcolare $\|x\|_\infty$ # confronti non trasc!)

(2) costo di ciascuna pseudo-op indip da operandi (FALSO se esponenti non limitato! MA nei calc si ha $-1021 \leq b \leq 1024$ ...)

Es: ① $\phi_1(a,b) = a_1 \overset{1}{\otimes} b_1 \overset{n+1}{\oplus} \cdots \overset{2n-1}{\oplus} a_n \overset{n}{\otimes} b_n \approx a^T b$

$$\text{costo } \phi_1 = n\,P + (n-1)\,S = (2n-1) \text{ flops} \approx 2n \text{ flops}$$

② $\phi_2(A,b) = \left(\phi_1(\hat{a}_1, b), \dots, \phi_1(\hat{a}_n, b)\right)^T \approx A\,b$ $\quad [\hat{a}_k$: k-esima riga di $A]$

$$\text{costo } \phi_2 = n^2 P + n(n-1)\,S = (2n^2 - n) \text{ flops} \approx 2n^2 \text{ flops}$$

Oss: Se A è tr si ha ($\xi \otimes 0 = 0$, $\xi \oplus 0 = \xi$):

costo 1ª componente $= 1P + 0S$

" 2ª " $= 2P + 1S$

etc ... costo $\phi_2^{tr} = \dfrac{n(n+1)}{2} P + \dfrac{(n-1)n}{2} S = n^2$ flops

③ $\phi_3(T,c) = \widehat{SI}(T,c) \approx SI(T,c)$

$$\text{costo } \phi_3 = n\,D + \frac{n(n-1)}{2}(P+S) = n^2 \text{ flops}$$

Oss: risolvere un sist di eq con matrice tr costa tanto quanto verificare se x è soluzione ...

④ $\phi_4(A) = \widehat{EG}(A) \approx EG(A)$

$$\text{costo } \phi_4 = \frac{n^2+n}{2} D + \frac{2n^3 - 3n^2 + n}{6} (P+S)$$
$$= \frac{4n^3 - 3n^2 + 5n}{6} \text{ flops} \approx \frac{2}{3} n^3$$

⑤ $\phi_5(A,b) =$ soluz sist con $\widehat{EG}$ $\approx$ soluz sist con EG

$$\text{costo } \phi_5 = \text{costo } \phi_4 + 2 \text{ costo } \phi_3 \approx \frac{2}{3} n^3$$

⑥ $\phi_6(A) = \widehat{qr}(A) \approx qr(A)$

$$\text{costo } \phi_6 \approx \frac{4}{3} n^3$$

$\Rightarrow$ costo soluz sist con $\widehat{qr} \approx \boxed{\frac{4}{3} n^3}$

Oss: la soluz con qr costa (circa) il doppio rispetto a quella con EG.