• Criteri d'arresto (op in $\mathbb{R}$)

1) h, $[a,b]$, x_0 che verif ip teo ...

dato $E>0$: se $|x_k - x_{k-1}| < E$ allora STOP

infatti: • $|x_k - x_{k-1}| \begin{cases} \leq |x_k-\alpha| + |x_{k-1}-\alpha| \leq L^{k-1}(L+1)|x_0-\alpha| \to 0 \\ = |h(x_{k-1}) - h(x_{k-2})| < |x_{k-1}-x_{k-2}| : \text{decrescente} \end{cases}$

• $x_k - x_{k-1} = \underbrace{h(x_{k-1}) - h(\alpha)}_{h'(\theta)(x_{k-1}-\alpha)} + \alpha - x_{k-1} = (h'(\theta)-1)(x_{k-1}-\alpha)$

$\Rightarrow x_{k-1}-\alpha = \dfrac{x_k - x_{k-1}}{h'(\theta)-1} \Rightarrow \boxed{|x_{k-1}-\alpha| \leq \dfrac{|x_k-x_{k-1}|}{1-L} < \dfrac{E}{1-L}}$

2) $f\in C^1$, $f'\neq 0$ su $[a,b]$, $m = \min\limits_{[a,b]}|f'|$

dato $E>0$: se $|f(x_k)| < E$ allora STOP

infatti: • $f(x_k)-f(\alpha) \begin{cases} = f(x_k) \\ = f'(\theta)(x_k-\alpha) \end{cases} \Rightarrow x_k - \alpha = \dfrac{f(x_k)}{f'(\theta)}$

$\Rightarrow \boxed{|x_k-\alpha| \leq \dfrac{|f(x_k)|}{m} < \dfrac{E}{m}}$

• $x_k \to \alpha \Rightarrow$ (continuità) $f(x_k) \to 0$

Oss: (1) attenzione a $L\approx 1$

(2) attenzione a $m\approx 0$

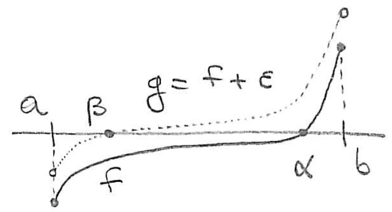
• Condizionam: f, $[a,b]$, $\epsilon>0$ t.c. $\begin{cases} f\in C^1(a,b) \\ f'\neq 0 \text{ su } [a,b] \\ f(a)f(b)<0; \\ |f(a)|, |f(b)| > \epsilon \end{cases}$

g continua su $[a,b]$

t.c. $\forall x\in[a,b]$, $|f(x)-g(x)|<\epsilon$

$\Rightarrow \exists\beta$ zero di g in $[a,b]$ e $|\alpha-\beta| < \dfrac{\epsilon}{m}$ ← $\min\limits_{[a,b]}|f'|$

Es:



Oss: il condizionam dip da m

• Utilizz il calc si ha:

SE • h, $[a,b]$ che verif ip teo conv loc con $L\in[0,1)$

• $\varphi: F(2,53)\to F(2,53)$ t.c. $|\varphi(\xi)-h(\xi)| \leq \delta$ su $[a,b]\cap F(2,53)$

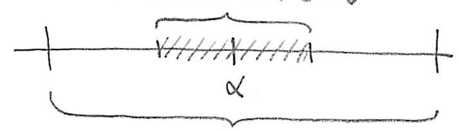
• $\xi_k = \varphi(\xi_{k-1})$ in $[a,b]$

ALLORA: $|\xi_k - \alpha| \leq L^k |\xi_0-\alpha| + \dfrac{1-L^k}{1-L}\delta$

p.u. di h in $[a,b]$

ovvero:

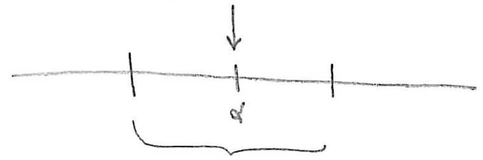
incertezza con $\delta=0$



← al passo k...

incertezza con $\delta\neq 0$

con $\delta=0$



← per $k\to\infty$ ...

con $\delta\neq 0$: $\dfrac{\delta}{1-L}$

- <u>Criteri d'arresto</u> (con il codice)

1) si ha:
- $|\xi_{k-1} - \alpha| \leq \dfrac{|\xi_k - \xi_{k-1}|}{1-L} + \dfrac{\delta}{1-L}$
- $|\xi_k - \xi_{k-1}| \leq 2\delta + L\,|\xi_{k-1} - \xi_{k-2}|$ ("quasi" decrescente)

  e $\lim_{k\to\infty} |\xi_k - \xi_{k-1}| = \dfrac{2\delta}{1-L}$

2) $\psi : F(2,53) \to F(2,53)$ t.c. $|f(\xi) - \psi(\xi)| \leq \gamma$

si ha: $|\xi_k - \alpha| \leq \dfrac{|\psi(\xi_k)| + \gamma}{m}$

<u>Oss</u>: in entrambi i casi, utilizz ε troppo piccolo è INUTILE (anzi, DANNOSO).