Es: $f(x) = x + \log x$; $h_1(x) = \cancel{-\log x}$, $h_2(x) = e^{-x}$, $h_3(x) = \dfrac{e^{-x}+x}{2}$

- $h_2(x)$: $\underbrace{\dfrac{1}{e} \leq |h_2'(x)| \leq \dfrac{1}{\sqrt{e}}}$, $x_0 = 1/2$ ok, $h_2'(x) < 0 \Rightarrow$ succes...

  $\Rightarrow \left(\dfrac{1}{e}\right)^k |x_0 - \alpha| \leq |x_k - \alpha| \leq \left(\dfrac{1}{\sqrt{e}}\right)^k |x_0 - \alpha|$; grafico...

- $h_3(x)$: $\dfrac{1 - 1/\sqrt{e}}{2} \leq h_3'(x) \leq \dfrac{1 - 1/e}{2}$, $x_0 = 1/2$ ok , $h_3'(x) > 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{succes...} \\ \forall x_0 \ldots \end{cases}$

Oss : $\dfrac{1 - 1/e}{2} < \dfrac{1}{e} \Rightarrow$ la succes gen da h_3 è certam più veloce...

Oss : $[a,b]$, h, x_0 verif teo conv. loc.

1) SE $0 < \lambda \leq |h'(x)| \leq L < 1$ allora : $\lambda^k |x_0 - \alpha| \leq |x_k - \alpha| \leq L^k |x_0 - \alpha|$
2) SE $h'(\alpha) = 0$, $\forall \theta > 0$ si ha : $\lim\limits_{k \to \infty} \dfrac{|x_k - \alpha|}{\theta^k} = 0$

def (ordine di convergenza DEL METODO, AD α)
- $h \in \mathcal{C}^1$, α p. unito e $0 < |h'(\alpha)| < 1$: ORDINE DI CONV $\boxed{\text{UNO}}$
- $h \in \mathcal{C}^2$, α p. unito e $h'(\alpha) = 0$, $h''(\alpha) \neq 0$: O d C $\boxed{\text{DUE}}$

Oss : $h \in \mathcal{C}^1(a,b)$, α p. unito
- $|h'(\alpha)| < 1 \Rightarrow \exists$ int che verif ip teo conv locale

  condiz SUFF per conv locale (Es : graficamente...)
- $|h'(\alpha)| > 1 \Rightarrow \nexists$ int che verif ip teo conv locale

  INOLTRE : o $x_k = \alpha$ per qualche k,
  o $x_k \not\to \alpha$ per $k \to \infty$

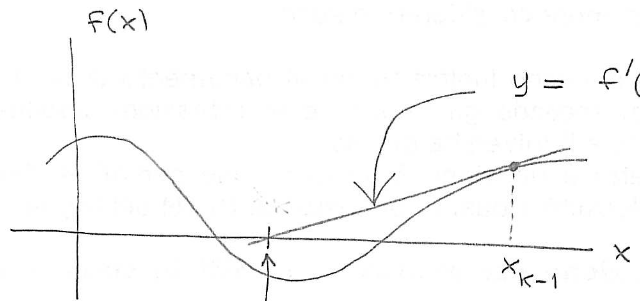
- Metodo di Newton

f derivabile e $f' \neq 0$
è il metodo it ad un punto def da $\boxed{h(x) = x - \dfrac{f(x)}{f'(x)}}$

Proprietà : • $f(x) = 0$ equivalente a $h(x) = x$ (VERIFICARE!)
- SE $f \in \mathcal{C}^2$ e α zero di f ALLORA ordine di conv almeno 2

  $[\Rightarrow \exists\, [a,b]$ che verif ip teo conv loc$]$

- (int geometrica : metodo delle tangenti)



$y = f'(x_{k-1})(x - x_{k-1}) + f(x_{k-1})$ (retta tangente al grafico di f in x_{k-1})

x t.c. $f'(x_{k-1})(x - x_{k-1}) + f(x_{k-1}) = 0$

ovvero $x = x_{k-1} - \dfrac{f(x_{k-1})}{f'(x_{k-1})} = h(x_{k-1})$

Oss (scelta di x_0)

SE $[a,b]$, $f \in \mathcal{C}^2(a,b)$, x_0 t.c :
1) $[a,b]$ contiene zero di f
2) $\forall x \in [a,b]$, $f'(x) \neq 0$ e $f''(x) \neq 0$
3) $f(x_0)\, f''(x_0) > 0$

ALLORA : la succes gen dal m. di Newt a partire da x_0
I) è convergente allo zero di f in $[a,b]$,
II) è monotona.

(dim : graficamente, in caso particolare...)