Pb: 1) data f come SCELGO h
2) scelta h, come SCELGO γ t.c. succen converg

TEO (di CONVERGENZA LOCALE):

Siano $[a,b]$, $h \in C^1(a,b)$ e $x_0 \in [a,b]$ t.c.

(I) $\exists\, \alpha$ p.u di h in $[a,b]$
(II) $\exists\, L \in [0,1)$ t.c. $\forall x \in [a,b]$ si ha $|h'(x)| \leq L$
(III) la succen gen dal m.it def da h a partire da x_0 è in $[a,b]$.

Allora: (1) α è l'unico p.u di h in $[a,b]$
(2) la succen gen... da x_0 è convergente (ad α)

(dim: ...)

Es (uso teo conv loc): $h(x) = \frac{\cos x}{2} \in C^1(\mathbb{R})$

- $\exists$ p.u di h in $[0, \pi/2]$
- $\forall x \in [0, \pi/2]$, $|h'(x)| \leq \frac{1}{2} = L$
- $x \in [0, \pi/2] \Rightarrow h(x) \in [0, \pi/2]$, q.di $\forall x_0 \in [0, \pi/2]$ la succen...

Oss: se $[a,b]$, h verif ip (I) e (II) del teo di conv loc
NON È DETTO che $\forall x \in [a,b]$ si abbia $h(x) \in [a,b]$

Es: $h: [1,7] \to \mathbb{R}$ t.c. $h(x) = 3 - \frac{x}{2}$;
- $\exists$ p.u in $[1,7]$; $\exists\, L$ che verif ip (II), MA $h(6) \notin [1,7]$.

Oss (scelta di x_0 per metodi ad un punto):

Siano $[a,b]$, $h \in C^1(a,b)$ che verif ip (I) e (II) del Teo di conv loc.

Allora: x_0 = l'estremo di $[a,b]$ più vicino al p.u genera una succen in $[a,b]$.

(dim: ...)

SOLUZIONE del Pb iniziale:

1) cerco h che verifica ip (I) e (II) del Teo conv loc;
2) scelgo x_0 con l'Oss precedente.

Es: $f(x) = x + \log x$; $h_1(x) = -\log x$,
$h_2(x) = e^{-x}$, $h_3(x) = \frac{x + e^{-x}}{2}$.

- decidere quale h va bene...

(Sol: ...)