Es: $x = \frac{1}{10}$, $rd : \mathbb{R} \to F(2,2)$; determ $rd(x)$

(Soluz: ...)

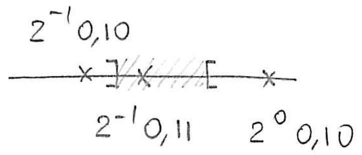
Es (per casa): $x = 7/8$, $rd : \mathbb{R} \to F(2,2)$; determ $rd(x)$

(Risp: $2^1\ 0{,}10$)

Es: $rd : \mathbb{R} \to F(2,2)$, $rd(x) = 2^{-1}\ 0{,}11$:

Che info abbiamo su x?

Sol:



$x \in (2^{-1}0{,}101 \,;\, 2^{-1}0{,}111)$

$= (5/16, 7/16)$

Oss (propr di rd)

- dispari: $rd(-x) = -rd(x)$
- non decrescente: $x_1 > x_2 \Rightarrow rd(x_1) \geq rd(x_2)$
- $rd(x) = 0 \Rightarrow x = 0$
- $rd(x) = x \Leftrightarrow x \in F(\beta, m)$

def (funz. errore)

- $\delta : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ t.c. $\delta(x) = rd(x) - x$ — f. errore assoluto
- $\epsilon : \mathbb{R}\setminus\{0\} \to \mathbb{R}$ t.c. $\epsilon(x) = \frac{\delta(x)}{x}$ — f. errore relativo

(δ dispari, ϵ pari)

Es: $x = 1/3$, $rd : \mathbb{R} \to F(10,3)$: calcolare $\delta(x)$ e $\epsilon(x)$

(Sol. ...)

TEO (stima sulle f. errore)

$x \in \mathbb{R}$, $x = \beta^b g$. Allora $|\delta(x)| \leq \frac{1}{2}\beta^{b-m}$, $|\epsilon(x)| \leq \frac{1}{2}\beta^{1-m}$

(dim: ...)

def (precisione di macchina): $u = \frac{1}{2}\beta^{1-m}$

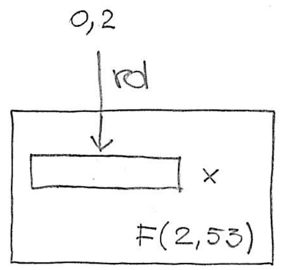
(stime: $|\delta(x)| \leq u|x|$, $|\epsilon(x)| \leq u$)

Oss:

- l'err rel è limitato su $\mathbb{R}$, quello assol no.
- $\forall x \in \mathbb{R}$, $\exists\ \delta, \epsilon$ t.c.

$$\begin{cases} rd(x) = x + \delta, & |\delta| \leq u|x| \\ rd(x) = x(1+\epsilon), & |\epsilon| \leq u \end{cases}$$

Oss:

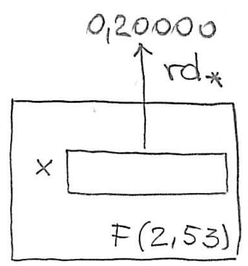


$rd : \mathbb{R} \to F(2,53)$

\> x = 0,2

equivale a creare una variabile di nome x e valore $rd(0{,}2)$

(0,2 è interpretata come scrittura in base dieci di un elem di $\mathbb{R}$)



$rd_* : \mathbb{R} \to F(10,5)$

\> x

x = 0,20000

se si chiede ad Octave di mostrare il valore di x, si ottiene in risposta l'arrotondato del valore di x in $F(10,5)$.

(B) Funzioni predefinite

- pseudo-op aritmetiche

$$\oplus, \ominus, \otimes : F^2(2,53) \to F(2,53)$$

t.c. $\xi_1 \oplus \xi_2 = rd(\xi_1 + \xi_2)$, ...

$$\oslash : F(2,53) \times \left(F(2,53) \setminus \{0\} \right) \longrightarrow F(2,53)$$

t.c. $\xi_1 \oslash \xi_2 = rd(\xi_1 / \xi_2)$

- f. elementari

$f : \Omega \to \mathbb{R}$, $\Omega \subset \mathbb{R}$ una f elementare

(ovvero: f trigonom, esp, logaritmica, radice n-esima ...)

$\varphi : \Omega \cap F(2,53) \longrightarrow F(2,53)$ t.c. $\varphi(\xi) = rd(f(\xi))$

sono le f. predef <u>del nucleo operativo</u>.

<u>Oss</u>:

```
> sin(86.3)
ans = -0,99560
```

L'utilizzatore ha a disposizione la f. $\sin : \mathbb{R} \to F(2,53)$ def da $\sin(x) = rd(\text{sen}(rd(x)))$

Schematicamente, posto $SIN : F(2,53) \longrightarrow F(2,53)$ t.c. $SIN(\xi) = rd(\text{sen}\,\xi)$ si ha: