Cosa intendiamo fare:

1) ZERI di FUNZIONI di variabile REALE
2) SISTEMI di EQUAZIONI LINEARI
3) INTERPOLAZIONE
4) APPROSSIMAZIONE (minimi quadrati)

← CAPIRE COME USARE UN CALCOLATORE PER...

... quindi:

0) FUNZIONALITÀ MATEMATICHE ("modello") del CALCOLATORE

$\boxed{0}$ FUNZIONALITÀ MATEMATICHE (modello) del CALCOLATORE

La principale funzionalità è: la capacità di calcolare il valore di una funzione in un punto.

Es: Octave (Scilab, Matlab)

```
> sin(86.3)
ans = -0.99560
```

Il calcolatore va pensato costituito da un NUCLEO INTERNO con il quale l'utilizzatore interagisce tramite una INTERFACCIA.

Funzionalità matematiche del nucleo interno...

... descritte da DUE INSIEMI:
- NUMERI di MACCHINA
- FUNZIONI PREDEFINITE

I ndm sono gli oggetti che il nucleo interno sa manipolare; le fp sono le operazioni che il nucleo interno sa fare sui ndm.

(A) Numeri di macchina

Oss (esponente e frazione di un reale non zero)

x reale non zero, β intero ≥ 2 (BASE)

$\exists!\ b \in \mathbb{Z}$ (ESPONENTE)

t.c., posto $g = \dfrac{|x|}{\beta^b}$ (FRAZIONE),

si ha $g \in [\beta^{-1}, 1)$

Ovvero: esiste un solo modo di scrivere x nella forma:

$$x = (-1)^s \beta^b g$$

con $s \in \{0,1\}$, $b \in \mathbb{Z}$, $g \in [\beta^{-1}, 1)$.

$\uparrow$ (SEGNO)

Es: $x = \sqrt{5}$, $\beta = 10 \Rightarrow s = 0$, $b = 1$, $g = \dfrac{\sqrt{5}}{10}$

$x = \sqrt{5}$, $\beta = 2 \Rightarrow s = 0$, $b = 2$, $g = \dfrac{\sqrt{5}}{4}$

Oss: la condizione $g \in [\beta^{-1}, 1)$ significa che: la scrittura posizionale di g in base β ha la forma $\boxed{0, c_1 c_2 \ldots \quad \text{con } c_1 \neq 0}$

Es: $x = 1/10$, $\beta = 10 \Rightarrow s = 0$, $b = 0$, $g = \dfrac{1}{10} = 0,1$

scrittura posizionale di g in base dieci ("lunghezza 1")

$x = 1/10$, $\beta = 2$

$\Rightarrow s = 0$, $b = -3$, $g = \dfrac{8}{10} = \dfrac{4}{5} = \boxed{0,11001100\ldots}$

scrittura posizionale di g in base due ("lungh. infinita")

def (numeri in v. mobile, precisione)

(Sia m un intero positivo.)

L'ins costituito da zero e da tutti i reali non zero che hanno frazione con scrittura posizionale in base β di lunghezza non superiore ad m si indica con $F(\beta, m)$ e si chiama ins dei numeri in virgola mobile e precisione m, in base β.

ovvero:

$$F(\beta,m) = \{0\} \cup \{ x \in \mathbb{R} \mid x = (-1)^s \beta^b \, 0{,}c_1 \dots c_m$$

(scrittura posiz della frazione in base β)

$$\text{con}: s \in \{0,1\}, \; b \in \mathbb{Z}, \; c_1 \neq 0 \}$$

Es 1: $F(10,1)$

- $\frac{1}{100} \in F(10,1)$ perchè $\frac{1}{100} = 10^{-1}\, 0{,}1$
- $\frac{11}{100} \notin F(10,1)$ perchè $\frac{11}{100} = 10^{0}\, 0{,}11$ e la frazione ...
- tutti gli elementi positivi di $F(10,1)$ con esponente zero sono: $\{0{,}1;\ 0{,}2;\ \dots;\ 0{,}9\} = \mathcal{B}$
- $F(10,1) = \bigcup_{b \in \mathbb{Z}} 10^b(-\mathcal{B}) \cup \{0\} \cup \bigcup_{b \in \mathbb{Z}} 10^b \mathcal{B}$

Proprietà:

- $F(\beta,m)$ numerabile e ordinato
- $F(\beta,m)$ simmetrico risp a zero
- zero è punto di accumulazione di $F(\beta,m)$
- $\sup F(\beta,m) = +\infty$, $\inf F(\beta,m) = -\infty$

Es:

1) determ una succes $\xi_k \in F(\beta,m)$ tale che: $\lim_{k\to\infty} \xi_k = 0$ (Sol: $\xi_k = \beta^{-k}\, 0{,}1$)

2) determ una succes $\xi_k \in F(\beta,m)$ tale che $\lim_{k\to\infty} \xi_k = +\infty$ (Sol: $\xi_k = \beta^{k}\, 0{,}1$)

3) decidere se $\frac{7}{8} \in F(2,2)$

Sol:
- determ esponente in base 2: $b=0$
- decidere se la frazione è compat con la precisione: $g = 7/8$ non compat $\Rightarrow 7/8 \notin F(2,2)$

4) decidere se $7/8 \in F(2,3)$ (Sol: sì)