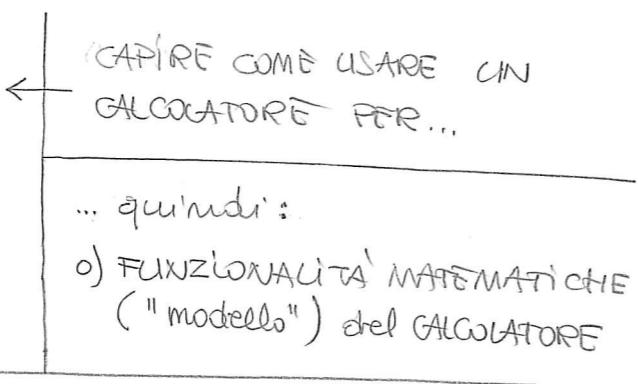


Cosa intendiamo fare:

- 1) ZERI DI FUNZIONI di variabili REALE
- 2) SISTEMI di EQUAZIONI LINEARI
- 3) INTERPOLAZIONE
- 4) APPROSSIMAZIONE (minimi quadrati)



### 0) FUNZIONALITÀ MATEMATICHE (modello) del CALCOLATORE

la principale funzionalità è: la capacità di calcolare il valore di una funzione in un punto.

Esempio: Octave (Scilab, Matlab)  $\sin(86.3)$   
ans = -0.99560

Il calcolatore va pensato costituito da un NUCLEO INTERNO con il quale l'utilizzatore interagisce tramite una INTERFACCIA.

Funzionalità matematiche del nucleo interno...

... descritte da DUE INSIEMI:

- NUMERI di MACHINA
- FUNZIONI PREDEFINITE

I numeri sono gli oggetti che il nucleo interno sa manipolare; le funzioni sono le operazioni che il nucleo interno sa fare sui numeri.

#### (A) Numeri di macchina

Oss (esponenti e frazioni di un nulo non zero)

x nulo non zero,  $\beta$  intero  $\geq 2$  (BASE)

$\exists! b \in \mathbb{Z}$  (ESPOENTE)

t.c., posto  $g = \frac{|x|}{\beta^b}$  (FRAZIONE),

si ha  $g \in [\beta^{-1}, 1)$

ovvero: esiste un solo modo di scrivere x nelle forme:

$$x = (-1)^s \beta^b g$$

con  $s \in \{0,1\}$ ,  $b \in \mathbb{Z}$ ,  $g \in [\beta^{-1}, 1)$ .

↑ (SEGNO)

Esempio:  $x = \sqrt{5}$ ,  $\beta = 10 \Rightarrow s=0, b=1, g = \frac{\sqrt{5}}{10}$

$$x = \sqrt{5}, \beta = 2 \Rightarrow s=0, b=2, g = \frac{\sqrt{5}}{4}$$

Oss: la condizione  $g \in [\beta^{-1}, 1)$  significa che: la scrittura posizionale di g in base  $\beta$  ha le forme  $0, c_1 c_2 \dots$  con  $c_i \neq 0$

Esempio:  $x = 1/10$ ,  $\beta = 10 \Rightarrow s=0, b=0, g = \frac{1}{10} = 0,1$

scrittura posizionale di g in base dieci ("lunghezza 1")

$$x = 1/10, \beta = 2$$

$$\Rightarrow s=0, b=-3, g = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} = 0,11001100\dots$$

scrittura posizionale di g in base due ("lunga infinita")

def (numeri in virgola mobile, precisione  $m$ )  
 (Sia  $m$  un intero positivo.)

L'insieme costituito da zero e da tutti i numeri non nulli che hanno frazione con scrittura periodica in base  $\beta$  di lunghezza non superiore ad  $m$  si indica con  $F(\beta, m)$  e si chiama insieme dei numeri in virgola mobile e precisione  $m$ , in base  $\beta$ .

ovvero:  $F(\beta, m) = \{0\} \cup \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = (-1)^s \beta^b \underbrace{\text{scrittura periodica della}}_{\text{frazione in base } \beta} \underbrace{c_0 c_1 \dots c_m}_{} \right\}$   
 con:  $s \in \{0,1\}$ ,  $b \in \mathbb{Z}$ ,  $c_1 \neq 0$

Esempio:  $F(10, 1)$

- $\frac{1}{100} \in F(10, 1)$  perché  $\frac{1}{100} = 10^{-2} 0,1$
- $\frac{11}{100} \notin F(10, 1)$  perché  $\frac{11}{100} = 10^0 0,11$  e la frazione...
- tutti gli elementi positivi di  $F(10, 1)$  con esponenti zero sono:  $\{0,1; 0,2; \dots; 0,9\} = \mathcal{B}$
- $F(10, 1) = \bigcup_{b \in \mathbb{Z}} 10^b (-\mathcal{B}) \cup \{0\} \cup \bigcup_{b \in \mathbb{Z}} 10^b \mathcal{B}$

Proprietà:

- $F(\beta, m)$  numerabile e ordinato
- $F(\beta, m)$  simmetrico risp a zero
- zero è punto di accumulazione di  $F(\beta, m)$
- $\sup F(\beta, m) = +\infty$ ,  $\inf F(\beta, m) = -\infty$

Esempio: 1) determinare successore  $\xi_k \in F(\beta, m)$

tale che:  $\lim_{k \rightarrow \infty} \xi_k = 0$  (Sol:  $\xi_k = \beta^{-k} 0,1$ )

2) determinare successore  $\xi_k \in F(\beta, m)$  tale che

$\lim_{k \rightarrow \infty} \xi_k = +\infty$  (Sol:  $\xi_k = \beta^k 0,1$ )

3) decidere se  $\frac{7}{8} \in F(2, 2)$

Sol:

- determinare esponenti in base 2:  $b=0$
- decidere se la frazione è composta con la precisione:  $g = \frac{7}{8}$  non composta  $\Rightarrow \frac{7}{8} \notin F(2, 2)$

4) decidere se  $\frac{7}{8} \in F(2, 3)$  (Sol: n')