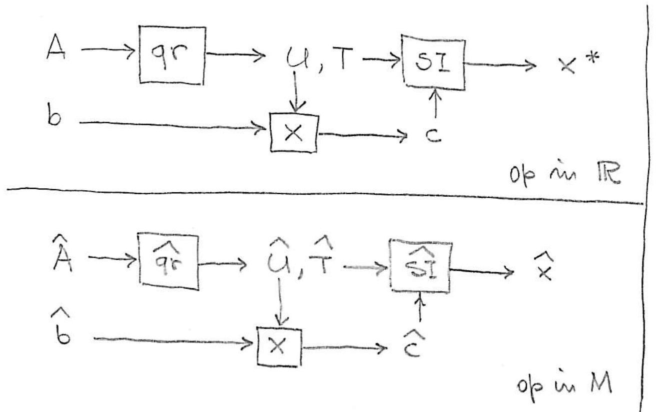
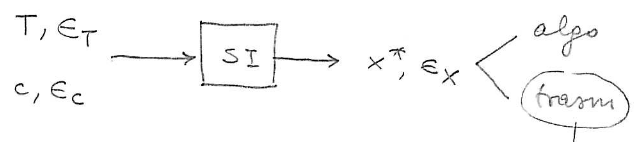
CN/ [46], [47]   15 maggio 2009 (CØ1)

Oss:





$\epsilon_d \leq \mu(T)\,\epsilon_c$

$\hat{\epsilon}_d \leq \mu(T)\,\epsilon_T$

Pb: quanto grande può essere $\mu(T)$ risp a $\mu(A)$?

Oss: in $(\mathbb{R}^n, N_2)$ si ha:

$$\left.\begin{array}{l} T = U^T A \Rightarrow \|T\|_2 \leq \|A\|_2 \\ T^{-1} = A^{-1}U \Rightarrow \|T^{-1}\|_2 \leq \|A^{-1}\|_2 \end{array}\right\} \text{ q. di: } \mu_2(A) \geq \mu_2(T)$$

> ovvero: utilizz QR si ottiene un sist, equiv a quello iniziale, con condizionam <u>non peggiore</u>

COSTO   **def** (costo aritmetico): # pseudo op eseguite per portare a termine...

Oss: (I) costo confronti = 0 ... ragionevole se "relativam pochi".
(II) costo pseudo-op indip da operandi (falso se esp non lin!)

Es: ① $\Phi_1(a,b) = a_1 \overset{1}{\otimes} b_1 \overset{n+1}{\oplus} \cdots \overset{2n-1}{\oplus} a_n \overset{n}{\otimes} b_n$ $(\simeq a^T b)$ | costo: $nP + (n-1)S$ $\boxed{\sim n}$

② $\Phi_2(A,b) = \left(\Phi_1(\hat{a}_1^T, b), \ldots, \Phi_1(\hat{a}_n^T, b)\right)^T$ $(\simeq Ab)$ | costo: $n^2P + n(n-1)S$ $\boxed{\sim n^2}$

Oss: se A è, ad es, tr si ha ($\xi \otimes 0 = 0$, $\xi \oplus 0 = \xi$)

costo 1^a comp $= 1P + 0S$

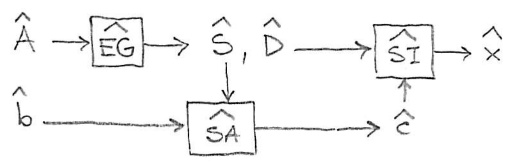
  " 2^a comp $= 2P + 1S$

ecc... costo $\Phi_2^{tr}(T,b) = \frac{n(n+1)}{2}P + \frac{n(n-1)}{2}S$ $\boxed{\sim \frac{n^2}{2}}$

③ $\Phi_3(T,c) = \widehat{SI}(T,c)$ $(\simeq SI(T,c))$ | costo: $nD + \frac{n(n-1)}{2}(P+S)$ $\boxed{\sim \frac{n^2}{2}}$

④ $\Phi_4(A) = \widehat{EG}(A)$ $(\simeq EG(A))$ | costo: $\frac{n^2+n}{2}D + \frac{2n^3-3n^2+n}{6}(P+S)$ $\boxed{\sim \frac{n^3}{3}}$

Oss:



costo: $\boxed{\sim \frac{n^3}{3}}$

3 INTERPOLAZIONE

def (pb dell'interp polinomiale):

dati: k intero ≥ 0

$[a,b]$ intervallo non degenere di $\mathbb{R}$

$P_k(\mathbb{R})$ = ins dei polin a coeff in $\mathbb{R}$ di grado $\leq k$ (sottosp vett delle f continue da $[a,b]$ in $\mathbb{R}$)

$x_0, \ldots, x_k$ punti <u>distinti</u> di $[a,b]$

$y_0, \ldots, y_k \in \mathbb{R}$

determinare $p \in P_k(\mathbb{R})$ t.c. $p(x_0) = y_0, \ldots, p(x_k) = y_k$ ("che interpolano i dati $(x_0,y_0), \ldots, (x_k,y_k)$")

> **Es**: $k=2$, $[a,b] = [0,2]$, dati: $(0,1), (2,-1), (1,1)$
> - $x^2 - x + 2$ <u>non è</u> soluzione (per $x=0$ si ha ...)
> - $P_2(\mathbb{R}) = \{\alpha_2 x^2 + \alpha_1 x + \alpha_0 \; ; \; \alpha_0, \alpha_1, \alpha_2 \in \mathbb{R}\}$ (parametrizz di $P_2(\mathbb{R})$)
>
> **Pb**: cerco $a_0, a_1, a_2 \in \mathbb{R}$ t.c. posto $p(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ si abbia $p(0) = 1$, $p(2) = -1$, $p(1) = 1$ <u>OVVERO</u> t.c. $\begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$ sia soluz del sist (<u>di eq.ni lineari</u>!)...

Oss: $P_k(\mathbb{R}) = \langle q_0(x), \ldots, q_k(x) \rangle$ (ad es: $P_2(\mathbb{R}) = \langle 1, x, x^2 \rangle$), cioè $P_k(\mathbb{R}) = \{\alpha_0 q_0(x) + \cdots + \alpha_k q_k(x) \; ; \; \alpha_0, \ldots, \alpha_k \in \mathbb{R}\}$;

- $a_0 q_0(x) + \cdots + a_k q_k(x)$ risolve <u>Pb</u> $\Leftrightarrow$ $(a_0, \ldots, a_k)^T \in \mathbb{R}^{k+1}$ risolve il sist...

> **Es**: $P_k(\mathbb{R}) = \langle 1, \ldots, x^k \rangle$; $p(x) = a_0 + \cdots + a_k x^k$ risolve <u>Pb</u>
>
> $$\Leftrightarrow (a_0, \ldots, a_k)^T \text{ risolve il sist } \begin{bmatrix} 1 & x_0 & \cdots & x_0^k \\ 1 & x_1 & \cdots & x_1^k \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_k & \cdots & x_k^k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \vdots \\ \alpha_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_0 \\ \vdots \\ y_k \end{bmatrix}$$