<u>Oss</u>: $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$, simm; <u>SE</u> EG è def in A e $(S,D) = EG(A)$ con $d_{11}>0,\dots,d_{nn}>0$ <u>ALLORA</u> A è SDP.

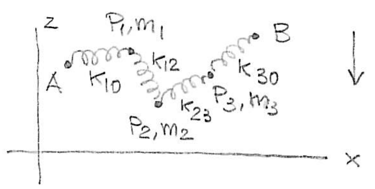
(<u>dim</u>: ...)

<u>Teo</u> (caratterizz SDP): $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ simm.

A è SDP $\iff$ $(S,D) = EG(A)$ con $d_{11}>0,\dots,d_{nn}>0$ $\iff$ $\det A[k] > 0$ per $k=1,\dots,n$

(<u>dim</u>: prima parte segue da <u>Oss.</u> precedente; seconda parte ...)

<u>Es</u>:



$A \equiv (x_A, z_A)$, $B \equiv (x_B, z_B)$

$P_k \equiv (x_k, z_k)$, $k_{ij} > 0$, $g > 0$, $m_k > 0$

(molle "ideali")

Eq. per l'equilibrio (asse x):

$$\underbrace{\begin{bmatrix} k_{10}+k_{12} & -k_{12} & 0 \\ -k_{12} & k_{12}+k_{23} & -k_{23} \\ 0 & -k_{23} & k_{30}+k_{23} \end{bmatrix}}_{C} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{10} x_A \\ 0 \\ k_{30} x_B \end{bmatrix}$$

(asse z):
$$C \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{10} z_A - m_1 g \\ -m_2 g \\ k_{30} z_B - m_3 g \end{bmatrix}$$

<u>Es</u> (per casa): ricavare le eq di equilibrio.

<u>Oss</u>:
- i due sist hanno la <u>stessa matrice</u>
- C non è PDF
- C è SDP (<u>dim</u>: ...)

<u>Es</u>: $\forall x \in \mathbb{R}$, $A(x) = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & x & x \\ 0 & x & 1 \end{bmatrix}$; determ per quali $x \in \mathbb{R}$ la matrice $A(x)$ risulta SDP.

<u>Es</u>: $\forall x \in \mathbb{R}$, $B(x) = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 1 & x \end{pmatrix}$; determ per quali $x \in \mathbb{R}$ la matrice $B(x)$ risulta SDP e per quali SDN.
(def: ... $Ax \cdot x < 0$)

<u>Es</u> (per casa): usando la def, decidere se la matr del circuito (lez precedente) sia SDP.

<u>Pb</u>: cosa fare se EG non def in A

<u>Es</u> (pivoting): $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

<u>def</u>: P_{ij} è la matr di perm che scambia riga i con riga j.

- $A^{(1)} = A$; $A^{(2)} = H_1 P_{12} A$; $A^{(3)} = H_2 P_{23} A^{(2)}$ è tr sup ...
- $A^{(3)} = (H_2 P_{23} H_1 P_{12}) A$ ovvero: $A = (P_{12}^T H_1^{-1} P_{23}^T H_2^{-1}) A^{(3)}$
- <u>ma</u> $P_{12}^T H_1^{-1} P_{23}^T H_2^{-1}$ non è tr inf con 1 sulla diag (*)
- $P = P_{23} P_{12}$, $P(P_{12}^T H_1^{-1} P_{23}^T H_2^{-1})$ è tr inf con 1 sulla diag (*)

Q.di: $\boxed{S = P(P_{12}^T H_1^{-1} P_{23}^T H_2^{-1}),\ D = A^{(3)} \text{ è fatt LR di } PA}$

- $A = P^T S D$; $(P; S, D) = EGP(A)$

<u>Es</u>: $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \dots A^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \dots$ EGP non def in A.

<u>Teo</u> (cns def EGP): $A = (a_1,\dots,a_n) \in \mathbb{R}^{n\times n}$

EGP è def in A $\iff$ $a_1,\dots,a_{n-1}$ lin indip

(<u>dim</u>: no)

<u>Oss</u>:
- (uso EGP per soluz sistemi)
  1) $(P; S, D) = EGP(A)$
  2) $Sc = Pb$ (con SA)
  3) $Dx = c$ (con SI)

  Procedura <u>soddisf</u> (op in $\mathbb{R}$): <u>SE</u> A invert <u>TROVA</u> la soluz <u>ALTRIM</u> si arresta

- (unicità) <u>Es</u>: $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$; applicare EGP utilizz (1) P_{12} (2) P_{13} e confrontare le fatt ottenute.