Classi di matrici per le quali EG è def ($\Rightarrow \exists!$ fatt LR)

- PDF (predominanza diagonale forte)
- SDP (simmetriche def positive)

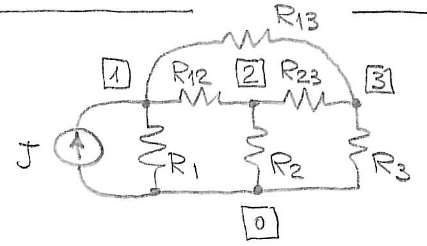
<u>def</u> (PDF): $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ è <u>a p.d.f</u> se

- $|a_{kk}| > \sum_{i\neq k} |a_{ki}|$, $k=1,\dots,n$ (per RIGHE)
- $|a_{kk}| > \sum_{i\neq k} |a_{ik}|$, $k=1,\dots,n$ (per COLONNE)

<u>Es</u>: $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ pdf per righe <u>non</u> per colonne , $\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -3 \end{bmatrix}$ <u>non</u> pdf

<u>Oss</u>: A pdf $\Rightarrow$ $a_{kk} \neq 0$ per $k=1,\dots,n$

<u>Es</u>:



usando LKC:

$$\begin{bmatrix} J \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1+G_{12}+G_{13} & -G_{12} & -G_{13} \\ -G_{12} & G_2+G_{12}+G_{23} & -G_{23} \\ -G_{13} & -G_{23} & G_3+G_{13}+G_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}$$

($G = 1/R$, V_i = diff di pot $\boxed{i} - \boxed{0}$)

- la matrice è a PDF per ogni valore (positivo) delle resistenze!

PROPRIETÀ (PDF): (I) A è PDF $\Rightarrow$ $A[k]$ è PDF, $k=1,\dots,n$

(II) A è PDF $\Rightarrow$ $\det A \neq 0$

<u>dim</u>: (I) ovvio ; (II) si dim che PDF $\Rightarrow$ ($Ax=0 \Rightarrow x=0$)...

<u>allora</u>

> (I) + (II): A è PDF $\Rightarrow$ $\det A[k] \neq 0$ per $k=1,\dots,n-1$
>
> q. di (<u>Teo</u> ins def EG): EG è def in A.

<u>Es</u>: Decidere se la proprietà di PDF sussiste (per la matr dell'Es. precedente) ponendo, rispettivamente:

(1) $G_1 = 0$ (ovvero eliminando R_1) , (2) $G_{12} = 0$.

<u>def</u> (SDP): $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ è SDP se
- A è simmetrica ($A^T = A$)
- $\forall v \neq 0$, $Av \cdot v > 0$ (ps canonico)

> <u>Es</u>:
> - $\alpha I \in \mathbb{R}^{n\times n}$ è <u>simm</u> $\forall \alpha \in \mathbb{R}$; $v^T(\alpha I v) = \alpha v^T v = \alpha \|v\|^2$
>
>   è SDP $\Leftrightarrow$ $\alpha > 0$ (<u>Es</u>: $\mathrm{diag}(\lambda_1,\dots,\lambda_n) \in \mathbb{R}^{n\times n}$ SDP $\Leftrightarrow$ $\lambda_1 > 0,\dots,\lambda_n > 0$)
> - $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = J_2 \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ è simm ; $v^T J_2 v = 2 v_1 v_2$ e $J_2 v \cdot v = 0$
>
>   per, ad es, $v = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$: J_2 <u>non</u> è SDP.

PROPRIETÀ (SDP): (I) A è SDP $\Rightarrow$ $A[k]$ è SDP per $k=1,\dots,n$

(II) A è SDP $\Rightarrow$ $\det A \neq 0$

<u>dim</u>: (I) no ; (II) si dim che SDP $\Rightarrow$ ($Ax=0 \Rightarrow x=0$).

<u>allora</u>

> (I) + (II): A è SDP $\Rightarrow$ $\det A[k] \neq 0$ per $k=1,\dots,n-1$
>
> q. di (<u>Teo</u> ins def EG): EG è def in A.

<u>Oss</u>: $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$, SDP. Allora la fatt LR di A (S, D) è t.c.

(I) $D = \mathrm{diag}(d_{11},\dots,d_{nn})\, S^T$; (II) $d_{11} > 0,\dots,d_{nn} > 0$

(dim: ...)