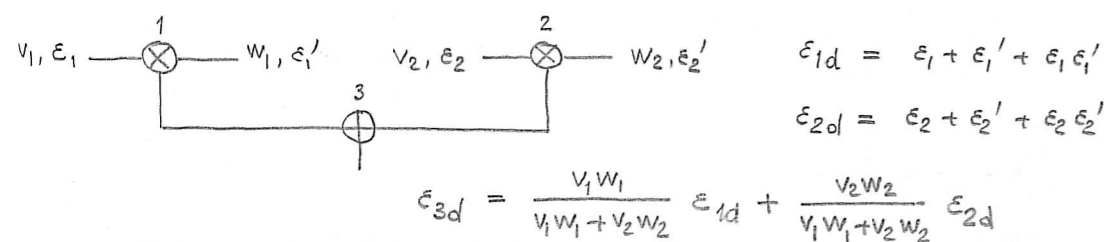


Es: Si approssima il p.s. canonico in \mathbb{R}^2 con $PS(v,w) = (v_1 \otimes w_1) \oplus (v_2 \otimes w_2)$.

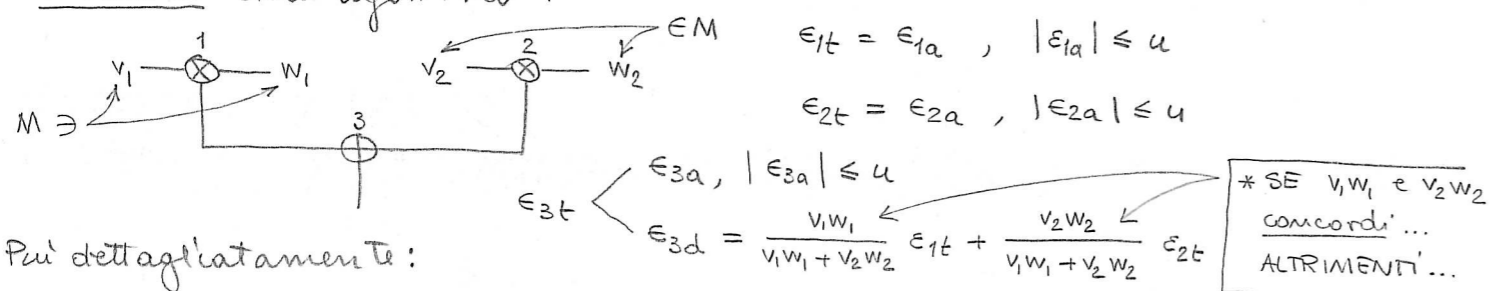
• condizionam del p.s. canonico:



* SE v_1w_1 e v_2w_2 concordi: "tutto bene"

ALTRIMENTI attenzione (ad es: se v,w quasi ortogonali...)

• stabilita' dell' algoritmo:



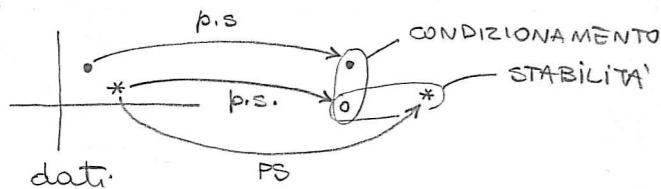
Pu' dettagliatamente:

posto: $p_1 = v_1 \otimes w_1, r_1 = v_1 w_1$
 $p_2 = v_2 \otimes w_2, r_2 = v_2 w_2$

si ha: $e_{3t} = \frac{p_1 \oplus p_2 - (r_1 + r_2)}{r_1 + r_2}$
 che si scompone in: $e_{3a} = \frac{p_1 \oplus p_2 - (p_1 + p_2)}{p_1 + p_2}; e_{3d} = \frac{(p_1 + p_2) - (r_1 + r_2)}{r_1 + r_2}$
 e l'errore sui dati e': $\frac{p_1 - r_1}{r_1} = e_{1t}, \frac{p_2 - r_2}{r_2} = e_{2t}$.

Ad es, per calcolare

$$\begin{bmatrix} \sqrt{2} \\ 1/3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \pi \\ 1/10 \end{bmatrix} \dots$$



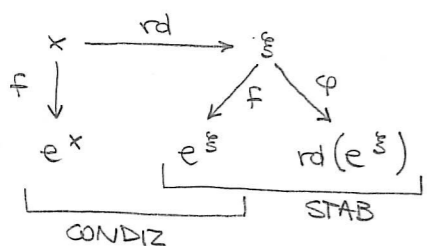
Es: Per appross $f(x) = e^x$ si utilizza $\varphi(\xi) = rd(e^\xi)$, che si suppone calcolabile (\in f. predef)

• STABILITA': $e_a = \frac{\varphi(\xi) - f(\xi)}{f(\xi)} = \frac{rd(e^\xi) - e^\xi}{e^\xi}$; caso elem $\Rightarrow |e_a| \leq u$

• CONDIZIONAM: $e_d = \frac{e^{x(1+\epsilon)} - e^x}{e^x} = e^{\epsilon x} - 1$ (f. di condizionam)

Oss: per x piccolo, $e^{\epsilon x} - 1 \approx \epsilon x$

In pratica:



Ad es: in $F(10,3), x = 100\pi$
 • $|e_a| \leq u = \frac{1}{2} 10^{-3} = 0,5 \cdot 10^{-3}$
 • $\xi = rd(x) = 314$
 • $|e_d| = \left| \frac{e^{314} - e^{100\pi}}{e^{100\pi}} \right| \approx 0,15$

Oss (rapido sguardo sulle realta'): :

CALCOLO SCIENTIFICO

COMPUTER ALGEBRA

- $M = F(\beta, m)$
- $\oplus, \ominus, \otimes, \odot : M \times M \rightarrow M$

- $M = \mathbb{Q}$
- $+, -, \times, / : \mathbb{Q} \times \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$

e' modello di "calcolatore reale" (IEEE 754):

- $M = F(\beta, m, L, U)$,
 ovvero b intero $\in [L, U]$

(\Rightarrow ad es: M finito,
 0 non di accumulaz
 $\exists \max M, \min M,$
 $\min \{ \xi \in M, \xi > 0 \} \dots$)

Es: MATLAB, SCI'LAB, OCTAVE...

Es: MAPLE, MATHEMATICA, AXIOM...

• Per appross $\xi_1 + \xi_2 + \xi_3$:

$$(\xi_1 \oplus \xi_2) \oplus \xi_3 = 0$$

con stima: $|e_a| \leq 0,5 \cdot 10^{-3}$

• $10^{-45} = 10^{-44} \cdot 0,1 \in F(10,3)$

$$1 \oplus 10^{-45} = 1 \text{ (approssimato...)}$$

• $\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 = -0,29 \cdot 10^{-3}$
 (esatto!)

• $1 + 10^{-45} = \frac{10^{45} + 1}{10^{45}}$
 ... rapporto di due interi su 46 cifre
 esatto...

SPAZIO per rappres $\xi \in M$:
indip da ξ !!

SPAZIO per rappres $\xi \in \mathbb{Q}$:
dipende da ξ !!

(Oss: FALSO se esponenti non lim...)

\Rightarrow "facile" gestire tanti elem.

\Rightarrow "difficile" gestire tanti elem.

TEMPO per calcolare $\xi_1 \otimes \xi_2$:

indip da ξ_1, ξ_2 !!

TEMPO per calcolare $\xi_1 \cdot \xi_2$:

dipende da ξ_1, ξ_2 !!

\Rightarrow "facile" prevedere durata calcol.

\Rightarrow "difficile" prevedere durata calcol.

Oss: Altro modello: VIRGOA FISSA (v. App.F, p.45). Uso: DSP