Oss: si cons • $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ t.c. $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 + x_2 + x_3$;
- il calc def da $M = F(10,3)$ e f. predef $\supset \oplus$;
- le funz $\varphi_1, \varphi_2 : M^3 \to M$ def da

$$\varphi_1(\xi_1, \xi_2, \xi_3) = \xi_1 \overset{1}{\oplus} \xi_2 \overset{2}{\oplus} \xi_3$$
$$\varphi_2(\xi_1, \xi_2, \xi_3) = \xi_1 \overset{2}{\oplus} \xi_2 \overset{1}{\oplus} \xi_3$$

* è "ragionevole" cons di utilizz φ_1 o φ_2 per appross f (si oss. che sia φ_1 che φ_2 possono essere calcolati dal calc)

* $\varphi_1 \neq \varphi_2$ [Es: $\varphi_1(10^{-2}\, 0{,}371 ; 10^0\, 0{,}865 ; -10^0\, 0{,}869) = 0$ e $\varphi_2(\cdot ; \cdot ; \cdot) = -10^{-3}\, 0{,}290$ — VERIFICARE!]

* DOMANDA: quale tra φ_1 e φ_2 approssima meglio la f?

ERRORI NEL CALCOLO di UNA FUNZIONE

- $A \subset \mathbb{R}^n$, $f: A \to \mathbb{R}$, $\varphi: A \cap M^n \to M$;
- dati $x \in A$, $\xi \in A \cap M^n$ si utilizza $\varphi(\xi)$ per appross $f(x)$

def (errore totale, trasmesso, algoritmico):

- $\delta_t = \varphi(\xi) - f(x)$; $\delta_d = f(\xi) - f(x)$; $\delta_a = \varphi(\xi) - f(\xi)$

$$\Rightarrow \boxed{\delta_t = \delta_d + \delta_a}$$

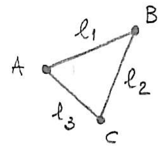
errore ASSOLUTO ... { TOTALE (t), TRASMESSO dai DATI (d), ALGORITMICO (a)

- $\varepsilon_t = \dfrac{\varphi(\xi) - f(x)}{f(x)}$, $\varepsilon_d = \dfrac{f(\xi) - f(x)}{f(x)}$, $\varepsilon_a = \dfrac{\varphi(\xi) - f(\xi)}{f(\xi)}$

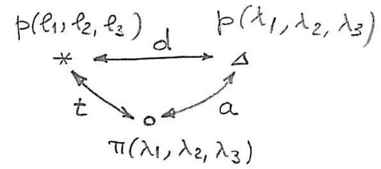
$$\Rightarrow \boxed{\varepsilon_t = \varepsilon_d + \varepsilon_a + \varepsilon_d \varepsilon_a}$$

errore RELATIVO ... { $\vdots$ (attenzione ai denom!)

Oss:
- err trasmesso dai dati $\neq 0 \Leftrightarrow f(x) \neq f(\xi)$, $\Rightarrow x \neq \xi$ [errore sui DATI $\neq 0$]
- err algo $\neq 0 \Leftrightarrow \varphi(\xi) \neq f(\xi) \Rightarrow \varphi \neq f$ [l'algoritmo non calcola f]

Es:  , calcolare il perimetro del triangolo.

- $p(\ell_1, \ell_2, \ell_3) = \ell_1 + \ell_2 + \ell_3 : \mathbb{R}^3_+ \to \mathbb{R}$
- $\pi(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \lambda_1 \overset{1}{\oplus} \lambda_2 \overset{2}{\oplus} \lambda_3 : M^3_+ \to M$



Oss: • se d ed a piccoli anche t è piccolo
- $\ell \neq \lambda$ perché $\ell \notin M$ oppure λ misura (inesatta) di ℓ...

(I) Studio dell'ERRORE TRASMESSO dai dati (CONDIZIONAM.)

def: $x, \tilde{x} \in \mathbb{R}^n$; $\delta_k = \tilde{x}_k - x_k$ err. assol. SUL DATO k-esimo

se $x_k \neq 0$: $\varepsilon_k = \dfrac{\tilde{x}_k - x_k}{x_k}$ " relativo SUL DATO k-esimo

- $\delta_d = f(\tilde{x}) - f(x) = f(\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n) - f(x_1, \dots, x_n) \dots$
  $\dots = f(x_1 + \delta_1, \dots, x_n + \delta_n) - f(x_1, \dots, x_n) = F_\delta(x_1, \dots, x_n ; \delta_1, \dots, \delta_n)$
  $\dots = f(x_1(1+\varepsilon_1), \dots, x_n(1+\varepsilon_n)) - f(x_1, \dots, x_n) = G_\delta(x_1, \dots, x_n ; \varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n)$
- $\varepsilon_d = \dots = F_\varepsilon(x_1, \dots, x_n ; \delta_1, \dots, \delta_n)$
  $\dots = G_\varepsilon(x_1, \dots, x_n ; \varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n)$

$F_\delta, F_\varepsilon, G_\delta, G_\varepsilon$ sono esempi di FUNZIONE di CONDIZIONAMENTO — che esprime l'errore trasmesso dai dati in termini di dati (x) e di errore sui dati.

Es (f. di condiz per le op aritmetiche)

1) $f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$
- $\delta_d = (x_1 + \delta_1) + (x_2 + \delta_2) - (x_1 + x_2) = \delta_1 + \delta_2$ (indip dal dato!)
- $\varepsilon_d = \dots = \dfrac{x_1}{x_1 + x_2} \varepsilon_1 + \dfrac{x_2}{x_1 + x_2} \varepsilon_2$

$\boxed{*}$ Se $x_1, x_2 > 0$ allora:
$$|\varepsilon_d| \leq \left|\frac{x_1}{x_1 + x_2}\right| |\varepsilon_1| + \left|\frac{x_2}{x_1 + x_2}\right| |\varepsilon_2| < |\varepsilon_1| + |\varepsilon_2|$$

(*) Se, ad es. $x_1 = 10^6 + 1$, $x_2 = -10^6$:
$$\varepsilon_d = (10^6 + 1)\, \varepsilon_1 + 10^6\, \varepsilon_2$$

Oss: Studiare il condiz (del pb. del calcolo di f) SIGNIFICA studiare le funzioni di condiz.

Nel caso $\boxed{*}$ possiamo dire err trasm $\simeq$ err sui dati; nel caso (*) no!