

Teo (stima f. errore): $F(\beta, m)$, $x < \begin{matrix} \text{reale positivo} \\ = \beta^b \end{matrix}$

$|\delta(x)| \leq \frac{1}{2} \beta^{b-m}$; $|\epsilon(x)| \leq \frac{1}{2} \beta^{1-m}$

(dim: $\text{exp}(x) = b \Rightarrow x \in \left[\frac{\beta^{b-1}}{2}, \beta^b \right) \Rightarrow |\delta(x)| \leq \frac{\text{distanza tra course}}{2} = \frac{1}{2} \beta^{b-m}$; $|x| \geq \beta^{b-1} \Rightarrow$ stima per $|\epsilon(x)|$.)

- Oss:
- $\text{rd}(x) = x + \delta(x)$
 - $\text{rd}(x) = x(1 + \epsilon(x))$ ($x \neq 0$)

Es: $x = \frac{1}{3}$, $M = F(10, 3)$; calcolare $\text{rd}(x)$, $\delta(x)$, $\epsilon(x)$ e verif dirup del Teo.

$x = 7$, \tilde{x} t.c. $|\frac{\tilde{x}-x}{x}| \leq \frac{1}{100}$; quali \tilde{x} verificano?

PER CASA: $x = 7$, \tilde{x} t.c. $|\frac{\tilde{x}-x}{x}| \leq 1$; quali \tilde{x} verificano?

Es: $M = F(2, 4)$; mostrare che tutti gli elem positivi di M con esponenti ≥ 4 sono interi;

mostrare che tutti gli interi positivi rappresentabili con al piu' 4 cifre in base 2 sono in M ;

determ $\max \{ \xi \in M \mid \xi > 0 \text{ e } \xi \notin \mathbb{Z} \}$.

$M = F(\beta, m)$; $\Phi =$ l'ins di tutte le funz da M in M , anche di piu' variabili.

PSEUDO-OPERAZIONI ARITMETICHE

Es: $\oplus, \ominus, \otimes, \odot$ def da $\xi_1 \oplus \xi_2 = \text{rd}(\xi_1 * \xi_2)$ sono elem di Φ ;

$F: \xi \rightarrow$ esponenti di ξ non i elem di Φ .

def: le funzioni predefinite sono un sottoinsieme finito di Φ ; una elaborazione elementare e' il calcolo di una f predef o il confronto di due elem di M ($=, \neq, >, \geq$).

CALCOLATORE: dispositivo capace di eseguire sequenze finite di elaborazioni elementari. (II)

Oss: le pseudo-op aritmetiche $\oplus: M \times M \rightarrow M$ approssimano le op aritmetiche $*$: $\mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ("nel modo migliore possibile"...). Tutte le f predef devono essere pensate come elementi di Φ che approssimano (in qualche misura...) qualche funzione da \mathbb{R} in \mathbb{R} .

Es: per ogni m non neg, $\text{SQRT}(\xi) = \text{rd}(\sqrt{\xi})$ e' (sempre!) una f predefinita. E' quella pensata per approssimare la f def per ogni reale non negativo x da $x \rightarrow \sqrt{x}$.

Oss: data $\varphi: A \rightarrow M$ elem di Φ , un calcolatore puo' essere utilizzato per calcolare $\varphi(\xi)$ $\forall \xi \in A$, $\varphi(\xi)$ si puo' ottenere con una sequenza finita di elab elementari. Qualunque descriz di φ in termini di seq. finite di elab elem si chiama algoritmo (che calcola φ).

Es: si cons il calc def da $M = F(10, 2)$ e f predef $\{ \oplus, \otimes, \odot \}$;

determ tutti gli elem $\alpha \in M$ t.c. $\alpha \oplus 1 = 1$;

decidere se $\forall \xi \in M$ e $m \in \mathbb{Z}$ si ha $10^m \otimes \xi = 10^m \xi$;

decidere se si ha: $(1 \otimes 3) \otimes 3 = 1$.

Es: $M_2 = F(2, 3)$, $M_{10} = F(10, 2)$

verif che $x = \frac{1}{10} \in M_{10}$ e calc $\xi = \text{rd}_2(x)$;

calc $\tilde{x} = \text{rd}_{10}(\xi)$ e decider se $\tilde{x} = x$.

Es: $M = F(10, 6)$; calcolare $(10^6 \oplus 1) \otimes 10^8$ e $10^8 \otimes (1 \oplus 10^8)$.