

• PAGINA WEB del corso:

<http://www.dma.unipi.it/>

→ PERSONE → CIAMPA MAURIZIO

→ DIDATTICA → CALCOLO NUMERICO ... 2008/2009

0 FUNZIONALITÀ MATEMATICHE DEL CALCOLATORE

... descritte da due insiemi: • numeri di macchina  
• funzioni predefinite

def (esponenti e frazione di un reale non zero):

$x \in \mathbb{R}$ , non zero;  $\beta$  intero  $\geq 2$  (BASE)

$s \in \{0,1\}$  (SEGNO)

$b \in \mathbb{Z}$  (ESPONENTE)

$g \in [\beta^{-1}, 1)$  (FRAZIONE)

t.c.  $x = (-1)^s \beta^b g$

Oss: dato  $x \neq 0$ ,  $s, b, g$  come nelle def ESISTONO e sono UNICI!

(dim:  $s = \begin{cases} 0 & \text{se } x > 0 \\ 1 & \text{se } x < 0 \end{cases}$ ;  $b = \dots$ ;  $g = \beta^{-b} |x|$ )

Es: •  $x = \sqrt{5}$ ,  $\beta = 10$ ;  $s = 0$ ,  $b = 1$ ,  $g = \sqrt{5}/10$   
•  $x = \sqrt{5}$ ,  $\beta = 2$ ;  $s = 0$ ,  $b = 2$ ,  $g = \sqrt{5}/4$

Oss: la condizione  $g \in [1, \beta)$  (che rende unica la fattorizzazione di  $x$ ) SIGNIFICA che lo stringa che rappresenta  $g$  in notazione posizionale in base  $\beta$  ha la forma

$g = 0, c_1 c_2 \dots$  con  $(c_1 \neq 0)$

def (numeri di macchina):

dati:  $\beta$  intero  $\geq 2$ ,  $m$  intero positivo

$F(\beta, m) = \{0\} \cup \{x \in \mathbb{R} \mid x = (-1)^s \beta^b 0, c_1 c_2 \dots c_m \text{ con}$

$s \in \{0,1\}$ ;  $b \in \mathbb{Z}$ ;  $c_1, \dots, c_m \in \{0, \dots, \beta-1\}$  e  $c_1 \neq 0$

(insieme dei NUMERI in VIRGOLA MOBILE, BASE  $\beta$  e PRECISIONE  $m$ ).

CALCOLATORE: dispositivo capace di operare SOLO con numeri di macchina. (I)

Es:  $F(10, 2)$ 

|               |                        |     |                           |
|---------------|------------------------|-----|---------------------------|
| $\frac{x}{0}$ | $\frac{1}{10^1 0,100}$ | ... | $\frac{9,99}{10^1 0,999}$ |
|---------------|------------------------|-----|---------------------------|

 tutti gli altri ...

Oss (proprietà dei m.d.m.) •  $\subset \mathbb{R}$  (dal quale eredita DISTANZA e ORDINAMENTO)

- 0 va esplicitamente inserito perché ...
- $F(\beta, m)$  numerabili e  $\subset \mathbb{Q}$
- simmetrico risp a zero:  $\xi \in F(\beta, m) \Rightarrow -\xi \in F(\beta, m)$
- 0 è punto di accumulazione (ovvero ...)
- $\sup F(\beta, m) = +\infty$ ,  $\inf F(\beta, m) = -\infty$  (ovvero ...)

Es: • decidere se  $7/8 \in F(2, 2)$   
(sol: determ esp e fraz di  $7/8$  in base 2; decidere se fraz compatibili con precisione ...)

- PER CASA: decidere se  $7/8 \in F(2, 3)$
- PER CASA: determ successioni  $\xi_k, \nu_k$  in  $F(10, 2)$ , t.c.  
 $\lim_{k \rightarrow \infty} \xi_k = 0$ ,  $\lim_{k \rightarrow \infty} \nu_k = +\infty$

def (funzioni successore, predecessore):

$M = F(\beta, m)$ ;  $\sigma: M \setminus \{0\} \rightarrow M \setminus \{0\}$ ,  $\sigma(\xi) = \min \{ \alpha \in M \mid \alpha > \xi \}$  (SUCCESSORE)  
 $\pi: M \setminus \{0\} \rightarrow M \setminus \{0\}$ ,  $\pi(\xi) = \max \{ \alpha \in M \mid \alpha < \xi \}$  (PREDECESSORE)

Oss:  $\sigma = \pi^{-1}$