

Calcolo Numerico  
Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica  
Compito del 9 settembre 2026

Ogni risposta deve contenere una (breve) descrizione del procedimento usato.

**Problema 1**

Sia  $M = F(2, 3, -99, 99)$ . Dopo aver determinato  $\xi_{\min} = \min\{\xi \in M \text{ t.c. } \xi > 0\}$  e posto  $y = \sigma(\xi_{\min})$ , determinare  $1 \oslash y$ .

**Problema 2**

Per ogni  $x > 0$ , sia  $f(x) = \ln x - x + 6$ .

- (a) Determinare il numero di zeri di  $f$  e separarli.
- (b) Per ciascuno degli zeri di  $f$ , posto  $h(x) = \ln x + 6$ , decidere se il metodo ad un punto definito da  $h$  sia utilizzabile per l'approssimazione.

**Problema 3**

Si considerino i dati

$$(-1, 1) \quad (0, 1) \quad (1, 0)$$

e le funzioni

$$f(x) = |x + 1| \quad , \quad g(x) = \sqrt{|x + 1|}$$

Decidere quale delle due funzioni meglio approssima i dati nel senso dei minimi quadrati.

---

## Soluzione

---

### Problema 1

L'insieme  $M$  non contiene elementi denormalizzati, quindi l'elemento positivo minimo di  $M$  è:

$$\xi_{min} = 2^{-99} \cdot 0.100$$

Si ha poi:

$$y = \sigma(\xi_{min}) = 2^{-99} \cdot 0.101 = 2^{-99} \frac{5}{8}$$

Infine, per definizione di pseudo-operazione aritmetica:

$$1 \oslash y = \text{rd}(1/y) = \text{rd}(2^{99} \frac{8}{5})$$

Poiché  $2^{99} \leq 2^{99} \frac{8}{5} < 2^{100}$ , l'esponente di  $1/y$  è 100, dunque

$$1/y > \max M = \xi_{max} = 2^{99} \cdot 0.111 \quad \Rightarrow \quad 1 \oslash y = \text{rd}(1/y) = \xi_{max}$$

### Problema 2

La funzione  $f(x)$ , nel suo insieme di definizione, è regolare e:

$$f'(x) = \frac{1}{x} - 1 \quad , \quad f''(x) = -\frac{1}{x^2}$$

Poiché per ogni  $x > 0$  è  $f''(x) \neq 0$ , allora  $f(x)$  ha *al più due zeri*.

Inoltre si ha:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty \quad , \quad f(1) = 5 > 0 \quad , \quad f(9) < 0$$

dunque il Teorema di esistenza degli zeri garantisce che  $f(x)$  ha due zeri,  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  con:

$$\alpha_1 \in (0, 1) \quad , \quad \alpha_2 \in (1, 9)$$

Per l'utilizzabilità del metodo definito da  $h$  occorre considerare  $h'(x)$ . Si ha:

$$h'(x) = \frac{1}{x}$$

Dunque: per ogni  $x \in (0, 1)$  si ha  $h'(x) > 1$ , quindi  $h'(\alpha_1) > 1$ , e si deduce che il metodo definito da  $h$  *non è utilizzabile* per approssimare  $\alpha_1$ ; infine, per ogni  $x \in (1, 9)$  si ha  $0 < h'(x) < 1$ , quindi  $0 < h'(\alpha_2) < 1$ , e si deduce che il metodo definito da  $h$  *è utilizzabile* per approssimare  $\alpha_2$ . Alle stesse conclusioni si può arrivare con il metodo grafico.

### Problema 3

Si tratta di decidere quale tra le due funzioni  $f(x)$  e  $g(x)$  approssimi meglio i dati nel senso dei minimi quadrati. Si ha:

$$\text{SQ}(f) = (0 - 1)^2 + (1 - 1)^2 + (2 - 0)^2 = 5$$

e

$$\text{SQ}(g) = (0 - 1)^2 + (1 - 1)^2 + (\sqrt{2} - 0)^2 = 3$$

Dunque  $\text{SQ}(g) < \text{SQ}(f)$  e la funzione che meglio approssima i dati nel senso dei minimi quadrati è  $g(x)$ .