

# Test di Calcolo Numerico del 30 luglio 2020

Test di ammissione alla prova orale

L'indirizzo email della persona che ha risposto (**maurizio.ciampa@unipi.it**) è stato registrato all'invio del modulo.

Sia  $M = F(2, 53)$ . Indicate con  $\text{rd} : \mathbb{R} \rightarrow M$  la funzione arrotondamento e con  $u$  la precisione di macchina in  $M$ , sia  $\delta$  l'errore assoluto commesso approssimando  $1/10$  con  $\text{rd}(1/10)$ . Indicare gli asserti veri tra i seguenti:

- (A)  $\delta = 0$
- (B)  $|\delta| \leq u/10$
- (C)  $|\delta| = u$
- (D)  $|\delta| \leq 2^{-57}$

A

B

C

D

Sia  $A$  l'insieme degli elementi positivi con esponente 2 di  $M = F(2, 5)$ . Indicare gli asserti veri tra i seguenti:

- (A) L'insieme  $A$  ha 16 elementi.
- (B)  $\max A = 2^2$
- (C)  $\min A = 0$
- (D) Il successore in  $M$  di  $\max A$  è  $2^2$ .

A

B

C

D

Sia  $f(x) = x^2 - 3$ . Indicare gli asserti veri tra i seguenti:

- (A) La successione generata dal metodo di Newton applicato ad  $f$  a partire da  $x_0 = 0$  è convergente a  $\sqrt{3}$ .
- (B) Gli zeri di  $f$  sono i punti uniti di  $h(x) = x^2 + x - 3$ .
- (C) Il metodo di bisezione applicato ad  $f$  a partire dall'intervallo  $[-1, 1]$  genera una successione convergente a 0.
- (D) L'ordine di convergenza a  $\sqrt{3}$  del metodo di Newton applicato a  $f$  è uno.

A

B

C

D

Sia

$$h(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$$

Indicare se il seguente asserto è vero o falso:

L'ordine di convergenza a 2 del metodo iterativo definito da  $h$  è due.

Vero

Falso

Sia:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Indicare gli asserti veri tra i seguenti:

(A) La matrice  $M$  è ortogonale.

(B) Il numero di condizionamento di  $M$  in norma uno è 2.

(C) Si ha:  $\|M\|_2 = 0$ .

(D) Si ha:  $\|M\|_\infty = 1$ .

A

B

C

D

Siano  $Ax = b$  il sistema:

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

e  $A'x = b'$  il sistema:

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

ottenuto da  $Ax = b$  perturbandone i dati. Con riferimento alla norma infinito, indicare gli asserti veri tra i seguenti:

- (A) Si ha:  $\epsilon_A = 0$ .
- (B) Si ha:  $\epsilon_b = 0$ .
- (C) Si ha:  $\epsilon_b = 1$ .
- (D) Si ha:  $\epsilon_A = -1$ .

A

B

C

D

Sia  $p(x) = x^2 - 3x + 1$ . Assegnati i dati:

$$(0, 1) \quad , \quad (1, -1) \quad , \quad (-1, 5)$$

indicare gli asserti veri tra i seguenti:

- (A) Il polinomio  $p(x)$  interpola i dati.
- (B)  $p(x)$  è l'unico elemento di  $P_4(\mathbb{R})$  che interpola i dati.
- (C)  $p(x)$  è la forma di Newton dell'elemento di  $P_2(\mathbb{R})$  che interpola i dati.
- (D)  $p(x)$  è l'elemento di  $P_2(\mathbb{R})$  che meglio approssima i dati nel senso dei minimi quadrati.

A

B

C

D

Sia

$$F(x) = \begin{cases} 1 & x \in (0, 2) \\ 1 + x & x \in (2, 4) \end{cases}$$

Indicare se il seguente asserto è vero o falso:

$F$  è una funzione continua e lineare a tratti su  $\tau = (0, 1) \cup (1, 2) \cup (2, 4)$

Vero

Falso

Si consideri il sistema di equazioni lineari:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Indicare gli asserti veri tra i seguenti:

- (A) Il sistema **non ha** soluzioni nel senso dei minimi quadrati.
- (B) Il sistema ha **una sola** soluzione nel senso dei minimi quadrati.
- (C) Il sistema ha **infinite** soluzioni nel senso dei minimi quadrati.
- (D) Il sistema ha **due** soluzioni nel senso dei minimi quadrati.

A

B

C

D

Siano:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Indicare gli asserti veri tra i seguenti:

- (A) La colonna  $(1, 0)^T$  è soluzione di  $Ax = b$  ma non soluzione di  $Ax = b$  nel senso dei minimi quadrati.
- (B) La colonna  $(1, 0)^T$  è soluzione di  $Ax = b$  nel senso dei minimi quadrati.
- (C) La proiezione ortogonale di  $b$  sullo spazio generato dalle colonne di  $A$  è  $(1, 1)^T$ .
- (D) Il sistema  $Ax = b$  non ha soluzioni.

A

B

C

D

Questo modulo è stato creato all'interno di Università di Pisa.

Google Moduli