Test di Calcolo Numerico del 19 giugno 2020

Test di ammissione alla prova orale

L'indirizzo email della persona che ha risposto (**maurizio.ciampa@unipi.it**) è stato registrato all'invio del modulo.

Il successore di zero in $F(2, 5, -10, 10)$:

(A) è 2^{-15}
(B) è 2^{-11}
(C) non è definito
(D) è 2^{-5}

- [ ] A
- [x] B
- [ ] C
- [ ] D

Indicare se il seguente asserto è vero o falso:

in *Scilab*, dopo l'assegnamento `x = 0.1`, il valore di `x` è un decimo

- [ ] Vero
- [x] Falso

Sia $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione con derivata prima continua e siano 4 e 7 i punti uniti di h. Indicare gli asserti veri tra i seguenti:

(A) **tutte** le successioni generate dal metodo iterativo definito da h sono convergenti a 4

(B) **alcune** delle successioni generate dal metodo iterativo definito da h sono convergenti a 4

(C) $h(4) = 0$

(D) se $h'(7) = 7$, **nessuna** delle successioni generate dal metodo iterativo definito da h è convergente a 7

- [ ] A
- [x] B
- [ ] C
- [ ] D

Sia $f(x) = 3x^2 - x - 1$. Si applica ad f il metodo di Newton a partire da $x_0 = 0$. Il valore di x_1:

(A) è 2

(B) è -1

(C) non è definito

(D) è 0

- [ ] A
- [x] B
- [ ] C
- [ ] D

Siano v, w due vettori di $\mathbb{R}^n$, entrambi di norma uguale a 3, e $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ una matrice di norma 4. Indicare gli asserti veri tra i seguenti:

(A) $\|v+w\| \leqslant 6$

(B) $\|v+w\| > 6$

(C) $\|-3v\| = -3\,\|v\|$

(D) $\|Av\| \leqslant 4\,\|v\|$

- [x] A
- [ ] B
- [ ] C
- [x] D

Siano:

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad , \quad M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 10 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 13 \end{bmatrix}$$

La soluzione del sistema $LMx = b$ è:

(A) $\mathrm{SI}\big(M, \mathrm{SI}(L, b)\big)$

(B) $\mathrm{SI}\big(M, \mathrm{SA}(L, b)\big)$

(C) $\mathrm{SI}\big(L, \mathrm{SA}(M, b)\big)$

(D) $\mathrm{SA}\big(M, \mathrm{SI}(L, b)\big)$

- [ ] A
- [ ] B
- [ ] C
- [x] D

Se $\ell_0(x), \ell_1(x), \ell_2(x)$ è la base di Lagrange relativa ai punti, distinti, x_0, x_1, x_2, la forma di Lagrange del polinomio che interpola i dati

$$(x_0, 3) \quad , \quad (x_1, -1) \quad , \quad (x_2, 4)$$

è:

(A) $p(x) = 3 - x + 4x^3$
(B) $p(x) = \ell_1(x) + 2\ell_2(x)$
(C) $p(x) = 3\ell_0(x) - \ell_1(x) + 4\ell_2(x)$
(D) $p(x) = (x - x_0)(x - x_1)$

- [ ] A
- [ ] B
- [x] C
- [ ] D

Sia $Mc = b$ il sistema di equazioni lineari da risolvere per determinare i coefficienti del polinomio, in forma di Newton, che interpola i dati

$$(0,3) \quad , \quad (1,-1) \quad , \quad (2,4)$$

La matrice M è:

(A) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

- [ ] A
- [x] B
- [ ] C
- [ ] D

Sia p^* l'elemento di $P_2(\mathbb{R})$ che meglio approssima i dati

$$(0,3) \quad , \quad (1,2) \quad , \quad (2,3)$$

nel senso dei minimi quadrati. Indicare gli asserti veri tra i seguenti:

(A) $\mathrm{SQ}(p^*) > 0$

(B) p^* è un polinomio di grado almeno 3

(C) $\mathrm{SQ}(p^*) = 0$

(D) p^* interpola i dati

- [ ] A
- [ ] B
- [x] C
- [x] D

Siano: $A = (a_1, a_2) \in \mathbb{R}^{3\times 2}$ una matrice a colonne linearmente indipendenti, $b \in \mathbb{R}^3$ e $x^* = (1,2)^\mathsf{T}$ la soluzione del sistema $Ax = b$ nel senso dei minimi quadrati. Indicare gli asserti veri tra i seguenti:

(A) la proiezione ortogonale di b sullo spazio generato da a_1, a_2 è x^*

(B) la proiezione ortogonale di b sullo spazio generato da a_1, a_2 è $a_1 + 2a_2$

(C) $\|b\|_2 = \|A0 - b\|_2 < \|Ax^* - b\|_2$

(D) $A^\mathsf{T} A x^* = A^\mathsf{T} b$

- [ ] A
- [x] B
- [ ] C
- [x] D