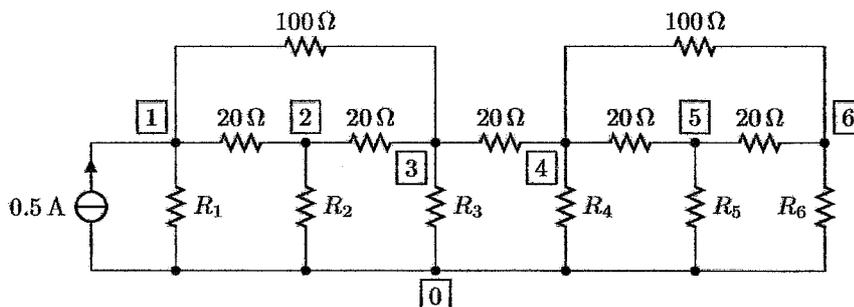


Esercizio del 6 maggio 2013

Testo

Si consideri la rete lineare di figura in cui:  $R_1 = \dots = R_6 = 100\Omega$ .



Detta  $x_k$  la tensione del nodo  $[k]$  rispetto al nodo  $[0]$  ed  $x$  la colonna di componenti  $x_1, \dots, x_6$ , la legge di Kirchhoff delle correnti (somma delle correnti uscenti dal nodo = zero) per i nodi  $1, \dots, 6$  rispettivamente, assume la forma di un sistema di equazioni lineari nell'incognita  $x$ :

$$Ax - b = 0 \quad , \quad A \in \mathbf{R}^{6 \times 6} \text{ e } b \in \mathbf{R}^6$$

- (1) Determinare  $A$  e  $b$ , constatare che  $A$  risulta *simmetrica ed a predominanza diagonale forte*, e dedurne che  $A$  è invertibile. [Cosa cambierebbe se i valori di  $R_1, \dots, R_6$  fossero diversi da quelli assegnati?]
- (2) Dopo aver constatato che  $A(1:k, 1:k) \approx A[k]$ , il minore principale di testa di  $A$  di ordine  $k$ , utilizzare opportunamente il comando `det` per verificare che  $A$  risulta, oltre che simmetrica, *definita positiva*.
- (3) Determinare  $\text{EGPP}(A)$  e spiegare come mai la matrice di permutazione prodotta dalla procedura è la *matrice identica*.
- (4) Utilizzare il comando `cond` per ottenere approssimazioni del numero di condizionamento delle matrici  $A$ ,  $S$  e  $D$ .
- (5) Utilizzare opportunamente le procedure `SA` ed `SI` per determinare un'approssimazione  $\hat{x}$  della soluzione  $x^*$  del sistema  $Ax = b$ .
- (6) Determinare  $g_1, \dots, g_6$  tali che, posto  $\Delta = \text{diag}(g_1, \dots, g_6)$ , si abbia:

$$(A + \Delta)\hat{x} = b$$

ovvero tali che  $\hat{x}$  risulti la soluzione *esatta* del sistema *perturbato*  $(A + \Delta)x = b$ .

- (7) Interpretare i valori  $g_1, \dots, g_6$  determinati nel punto precedente come perturbazioni dei valori delle resistenze  $R_1, \dots, R_6$ . Questo equivale ad interpretare i valori  $\hat{x}_k$  come le tensioni dei nodi nella *rete perturbata* ottenuta da quella di figura assegnando alle resistenze  $R_1, \dots, R_6$  i valori...