



Test di Calcolo Numerico

Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica

30 Novembre 2009

- Tempo a disposizione: 60 minuti

Cognome:

Nome:

Numero di matricola:

--	--	--	--	--	--	--

RISPOSTE

• Problema 1 (a)
(b)

• Problema 2 (a)
(b)
(c)

• Problema 3 (a)
(b)

• Problema 4

• Problema 1

Sia $M = F(3, 2)$.

- (a) Decidere se $\frac{2}{3} \in M$.
- (b) Indicare il numero di elementi di M con esponente pari a 7.

• Problema 2

Siano M una matrice quadrata di ordine n , triangolare inferiore, N una matrice quadrata di ordine n , ortogonale, e b un elemento di \mathbb{R}^n . Posto $A = MN$, per ciascuno dei seguenti asserti decidere se sia vero o falso:

- (a) A è invertibile se e solo se lo è M .
- (b) Se M è invertibile, detta c la soluzione del sistema $My = b$, i sistemi $Ax = b$ e $Nx = c$ sono equivalenti.
- (c) Se M è invertibile, la procedura di sostituzione all'indietro determina la soluzione del sistema $My = b$.

• Problema 3

Si consideri il metodo di Newton applicato alla funzione $f(x) = (x + 1)^2 - 2$, e la successione generata da tale metodo a partire da $x_0 = 0$.

- (a) Decidere se la successione sia convergente, ed in caso affermativo indicare il limite.
- (b) Decidere se la successione sia monotona.

• Problema 4

Determinare la soluzione nel senso dei minimi quadrati del sistema

$$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

SOLUZIONE

• Problema 1

Poiché $3^{-1} < \frac{2}{3} < 1$, l'esponente in base tre è zero e la frazione è $\frac{2}{3}$. La scrittura in base tre della frazione è 0.2 e quindi: $\frac{2}{3} \in M$.

Gli elementi positivi di M con esponente 7 sono i sei elementi $3^7 \cdot 0.10, \dots, 3^7 \cdot 0.22$. Quelli negativi sono gli opposti, e quindi gli elementi di M con esponente 7 sono *dodici*.

• Problema 2

La matrice N , essendo ortogonale, è certamente invertibile, perciò A risulta invertibile se e solo se lo è M : il primo asserto è *vero*.

Il sistema $Ax = b$ si riscrive $MNx = b$. Poiché M è invertibile, il sistema è equivalente a $Nx = M^{-1}b$. Ma $M^{-1}b = c$, perciò i sistemi $Ax = b$ e $Nx = c$ sono equivalenti: il secondo asserto è *vero*.

Poiché M è triangolare inferiore, la soluzione del sistema $Mx = c$ si determina con la procedura di sostituzione in avanti: il terzo asserto è *falso*.

• Problema 3

Sia $\alpha = \sqrt{2} - 1$ lo zero positivo di f . Poiché $f'(x) > 0$ e $f''(x) > 0$ per ogni $x > 0$, qualunque successione generata a partire da un punto a destra di α risulta convergente ad α . Per la successione generata a partire da zero, si ha $x_1 > \alpha$ e perciò *la successione risulta convergente ad α e non monotona*.

• Problema 4

Le equazioni normali sono:

$$(1, -1, 2) \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} x = (1, -1, 2) \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

ovvero $6x = 4$. La soluzione delle equazioni nel senso dei minimi quadrati è quindi $x = \frac{2}{3}$.