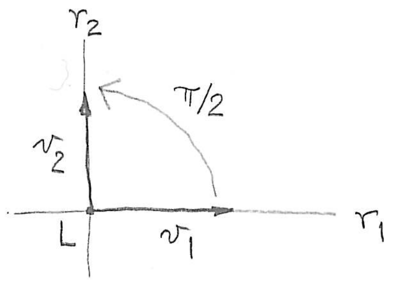
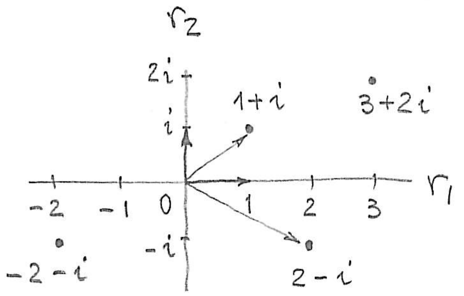
* RAPPRESENTAZIONE di $\mathbb{C}$: PIANO di GAUSS *

α piano, Σ uno dei due semisp delimitati da α;
$L \in \alpha$, $\mathcal{B} = (v_1, v_2)$ base o.n. di α_L t.c. la rotazione di $\pi/2$ rad che porta v_1 su v_2, vista dalla parte di Σ, sia antioraria.



r_1, r_2 : le rette di v_1, v_2.

- $c = a + ib \in \mathbb{C}$ si rappresenta su α
  - con il vettore $v = a v_1 + b v_2$
  - con la punta A di v



- α, usato in tal modo, si dice il piano di Gauss, e la rappres degli elem di $\mathbb{C}$ si dice rappresentazione di Gauss.

- r_1 si dice asse reale, r_2 si dice asse immaginario.

Interpretazione geometrica di $c+d$, λc con $\lambda \in \mathbb{R}$, $\bar{c}$, $|c|$:

- $c = a + ib$, $d = r + is$
  v, w vettori che rappres c, d sul piano di Gauss:
  $v = a v_1 + b v_2$, $w = r v_1 + s v_2$

Allora:

- $c+d$ è rappres da $v + w$
  [infatti: $c+d = (a+r) + i(b+s)$ è rappres da
  $(a+r)v_1 + (b+s)v_2 = (av_1 + bv_2) + (rv_1 + sv_2) = v + w$

- λc è rappres da λv

- $\bar{c}$ è rappres dal simmetrico di v risp all'asse reale

- $|c| = \|v\|$ in α_L
  [infatti: $|c| = \sqrt{a^2+b^2}$, $\|v\| = \sqrt{(av_1 + bv_2)\cdot(av_1+bv_2)}$
  $= \sqrt{a^2+b^2}$

Oss: $c \in \mathbb{C}$; $c \in \mathbb{C}'$ sp vett su $\mathbb{C}$ con ph canonico
- $\|c\| = \sqrt{c\bar{c}} = |c|$

$c, d \in \mathbb{C}$; $c, d \in \mathbb{C}'$ ...
- $d(c,d) = \|d - c\| = |d - c|$

Es: Usando le proprietà della norma, verif che:
- $|c| = 0 \iff c = 0$
- $|cd| = |c| \cdot |d|$
  $(\,|cd| = \|cd\| = |c|\ \|d\| = \dots)$
- $|c+d| \leq |c| + |d|$

- $d(c,d) = d(d,c) \geq 0$
- $d(c,d) = 0 \Leftrightarrow c = d$
- $d(c,d) \leq d(c,h) + d(h,d)$

Interpretaz geometrica di $d(c,d)$:

- $d(c,d) = d(v,w)$ in α_L =

  (A, B punti del piano di Gauss che rappres c, d)

  $= d(A,B)$ come punti di α

infatti: $d(c,d) = |d-c| = \|w-v\|$
$= d(v,w)$