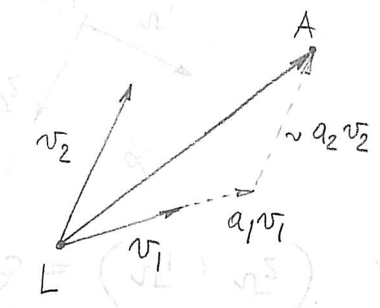
* RAPPRESENTAZIONI di $\mathbb{R}, \mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3$ *

α piano, L punto di α, $\mathcal{B} = (v_1, v_2)$ una base di α_L (su $\mathbb{R}$):



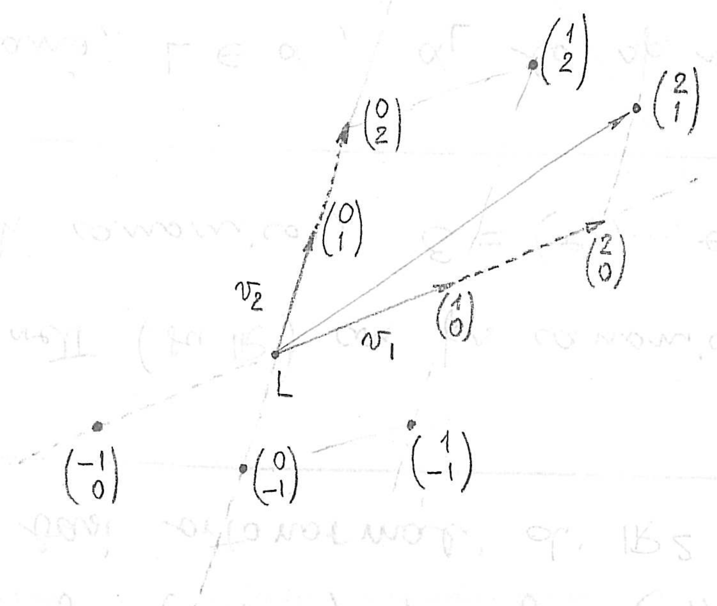
$a = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$

a si rappresenta su α

*) o con il vettore $v = a_1 v_1 + a_2 v_2$

*) o con la sua punta A

Es:



Alcuni elementi di $\mathbb{R}^2$ rappresentati su α ...

$a = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$, $\lambda \in \mathbb{R}$

v il vettore di α_L che rappres a, w ... b

Si ha:
- $a+b$ è rappres su α da $v+w$
- λa è rappres su α da λv

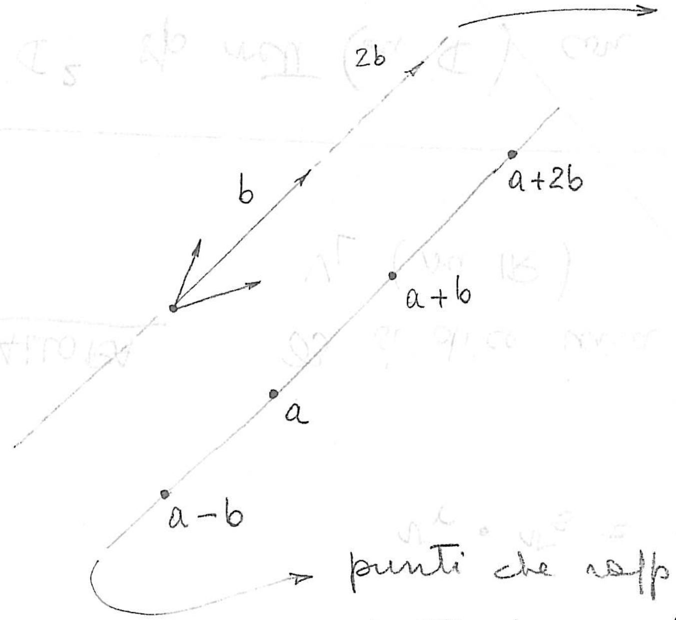
Infatti: $a+b = \begin{pmatrix} a_1+b_1 \\ a_2+b_2 \end{pmatrix}$ è rappresentato su α da $(a_1+b_1)v_1 + (a_2+b_2)v_2 = (a_1 v_1 + a_2 v_2) + (b_1 v_1 + b_2 v_2)$

$= v + w$; $\lambda a = \ldots$

- se $b \neq 0$, l'insieme degli elementi di $\mathbb{R}^2$

$$a + tb, \quad t \in \mathbb{R}$$

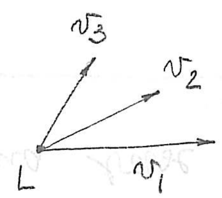
si rappres su α come segue:



vettori che rappresentano i multipli tb di b = "retta per $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ (ossia per L) di direzione b (ossia $w = b_1 v_1 + b_2 v_2$)"

punti che rappresentano gli $a + tb$ = "retta per a (ossia per la punta di $v = a_1 v_1 + a_2 v_2$) parallela a b (ossia a $w = b_1 v_1 + b_2 v_2$)"

Es: Sia $\mathcal{B} = (v_1, v_2, v_3)$ una base di V_L



- rappres come punti o vettori gli elementi:

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$

- disegnare la retta che rappresenta gli elementi:

$$\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}$$

- disegnare il piano che rappresenta gli elementi:

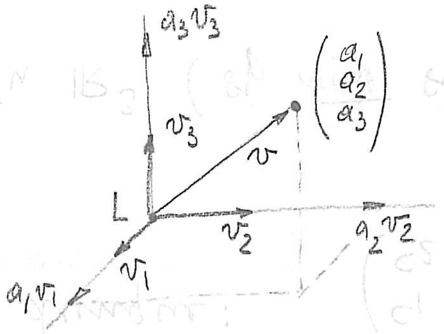
$$\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}, \quad t, s \in \mathbb{R}$$

<u>Es</u>: Come si rappresenta $\mathbb{R}$ su una retta r?

Sia $\mathcal{B} = (v_1, v_2, v_3)$ una <u>base o.n.</u> di V_L;

$a, b \in \mathbb{R}^3$ e $v = a_1 v_1 + a_2 v_2 + a_3 v_3$, $w = b_1 v_1 + b_2 v_2 + b_3 v_3$

i vettori che li rappresentano.



Si ha (ps canonico in $\mathbb{R}^3$):

$\|a\|$ (in $\mathbb{R}^3$) $= \|v\|$ (in V_L)

$d(a, b)$ (in $\mathbb{R}^3$) $= d(v, w)$ (in V_L)

$a \cdot b$ (in $\mathbb{R}^3$) $= v \cdot w$ (in V_L)

---

* EQUAZIONI CARTESIANE E PARAMETRICHE di INSIEMI DI PUNTI *

$\mathcal{V} = (v_1, v_2, v_3)$ base o.n. di V_L.

$$\varphi : \begin{cases} x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 9 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = -2 \end{cases}, \quad x \in \mathbb{R}^3$$

- $S \subset \mathbb{R}^3$ l'ins delle $x \in \mathbb{R}^3$ soluzioni di φ
- Γ l'ins dei punti X dello spazio le cui coordinate x sono elementi di S

<u>Es</u>: $A \equiv \begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix} \in \Gamma$, $\quad B \equiv \begin{pmatrix}2\\2\\1\end{pmatrix} \notin \Gamma$

φ si dice <u>un</u> <u>SISTEMA DI EQUAZIONI CARTESIANE</u> di Γ.

<u>Es</u>: $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 9$, $\quad x \in \mathbb{R}^3$

è una equazione cartesiana della sfera Ω di centro L e raggio 3.

<u>Sol</u>: $X \equiv x$ è punto di $\Omega \Leftrightarrow \|\overrightarrow{LX}\|^2 = 9$

$\Leftrightarrow \|x\|^2 = 9 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 9$

$$\varphi' : \begin{cases} x_1 = t \\ x_2 = \cos t \\ x_3 = \operatorname{sen} t \end{cases}, \quad t \in [0, 2\pi]$$

ovvero: $x = \begin{pmatrix} t \\ \cos t \\ \operatorname{sen} t \end{pmatrix}, \quad t \in [0, 2\pi]$

- $S \subset \mathbb{R}^3$ l'ins delle $x \in \mathbb{R}^3$ descritte param da φ'
- Γ l'ins dei punti X dello spazio le cui coord x sono elem di S

φ' si dice un <u>SISTEMA DI EQUAZIONI PARAMETRICHE</u> di Γ.

<u>Es</u>: $\mathcal{V} = (v_1, v_2)$ base o.n di α_L. Verificare che:

- $\begin{cases} x_1 = \cos t \\ x_2 = \operatorname{sen} t \end{cases}, \quad t \in [0, 2\pi]$ è un sist di eq param della circonf $\Gamma \subset \alpha$ di centro L e raggio 1.

- $x = \begin{pmatrix} 2 + R\cos t \\ 3 + R \operatorname{sen} t \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}$ è un sist di eq param della circonf $\Omega \subset \alpha$ di centro $C \equiv \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ e raggio R.

<u>Es</u>: Determ l'ins H di eq.ni param

$$x = t \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad t \in [0, +\infty]$$

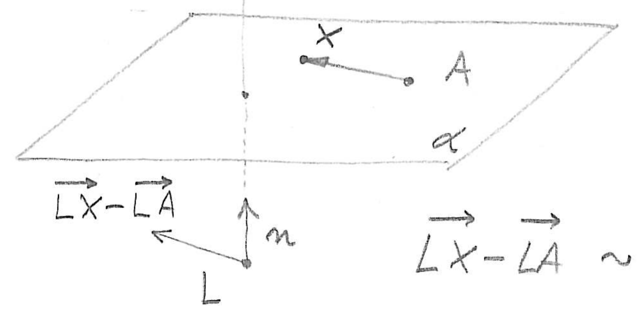
---

* <u>EQUAZIONI DI PIANI NELLO SPAZIO</u> *

$\mathcal{V} = (v_1, v_2, v_3)$ base o.n. di V_L

$A \equiv \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad n \equiv \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \alpha$ piano $\begin{cases} \ni A \\ \perp n \end{cases}$

sia $X \equiv x$:



$$X \in \alpha \iff \vec{LX} - \vec{LA} \perp n$$
$$\iff n \cdot (\vec{LX} - \vec{LA}) = 0$$
$$\iff n \cdot \vec{LX} = n \cdot \vec{LA}$$
$$\iff 5x_1 + 7x_2 + 4x_3 = 15 + 42 + 8$$

$\vec{LX} - \vec{LA} \sim \vec{AX}$

dunque: $5x_1 + 7x_2 + 4x_3 = 65, \quad x \in \mathbb{R}^3$

è un'equazione cartesiana di α

Γ = ins dei punti dello spazio di eq cartesiana:

$$4x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 18, \quad x \in \mathbb{R}^3$$

*) $A \equiv \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \in \Gamma$

*) $n \equiv \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix}$; α il piano $\begin{cases} \ni A \\ \perp n \end{cases}$

*) un'eq cartesiana di α è

$$4x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 18 \quad , \quad x \in \mathbb{R}^3$$

dunque $\Gamma = \alpha$, ovvero: Γ è il piano $\perp n$ contenente A.

<u>Es</u>: dare una descrizione geometrica del piano α di eq.ne cartesiana:

$$3x_1 + 4x_2 = 5 \quad , \quad x \in \mathbb{R}^3$$