V sp vett su $\mathbb{C}$ con p.h (ovvero con $\circ : V \times V \to \mathbb{C}$ t.c. ...)

def (distanza): $\forall v, w \in V$, $d(v,w) = \| w - v \| \geq 0$

Proprieta':

$\boxed{D1}$ $\forall v, w \in V$: $d(v,w) = d(w,v)$

$\boxed{D2}$ $\forall v, w \in V$: $d(v,w) = 0 \iff v = w$

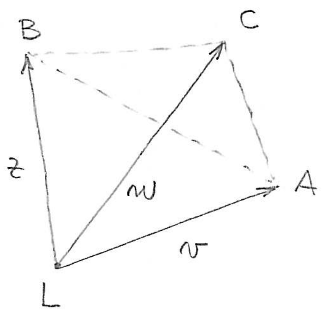
$\boxed{D3}$ $\forall v, w, z \in V$: $d(v,z) \leq d(v,w) + d(w,z)$

(DISUGUAGLIANZA TRIANGOLARE)

Es: dimostrare $\boxed{D3}$, considerando che

$$v - z = (v - w) + (w - z)$$

Oss: V_L (sp vett su $\mathbb{R}$) con p.s:



$d(v,z) = d(A,B)$
$d(v,w) = d(A,C)$
$d(w,z) = d(C,B)$

$d(A,B) \leq d(A,C) + d(C,B)$

Es: In $\mathbb{C}$, calcolare: $(7+i)(4-i)^{-1}$; $\dfrac{5+i}{4-i}$; $\overline{(5-i)(1+i)}$.

Es: dimostrare che $\forall c \in \mathbb{C}$, $\overline{(c^3)} = (\bar{c})^3$.

Es: Calcolare tutti gli elem $z \in \mathbb{C}$ t.c. $(3-i)z = 1-i$

Es: Calcolare, in $\mathbb{C}^{2\times 2}$:

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -i & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 6 \\ i & 1 \end{bmatrix}, \quad (3+i)\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -i & 1 \end{bmatrix}$$

Indicare righe e colonne delle matrici determinate.

Es: $\mathbb{C}^3$ con p.h canonico; $a = \begin{bmatrix} 1 \\ i \\ 0 \end{bmatrix}$, $b = \begin{bmatrix} i \\ i \\ i \end{bmatrix}$

1) calcolare $a \circ b$, $b \circ a$ e constatare $\boxed{PH2}$;

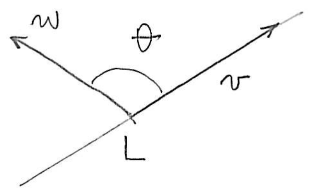
2) calcolare $a \circ (ib)$ e constatare $\boxed{PH1}$;

3) calcolare $\|b-a\|$, $\|a\|$, $\|b\|$ e constatare Pitagora;

4) determ la pr ort di b su a;

5) constatare la disug di Schwarz

Es:



$v, w \in V_L$, entrambi $\neq 0$

$\theta \in [0, \pi]$ l'angolo in rad...

verificare che $v \circ w = \|v\| \, \|w\| \cos\theta$

Es: $v, w \in V_L$ t.c. $\|v\| = 3$, $\|w\| = 2$, angolo tra v e w $= \pi/3$.

Calcolare: $v \circ w$, $v \circ v$, $w \circ w$

$(v+w) \circ v$, $(v+w) \circ w$

$\|v+w\|$, $\|3v + 4w\|$

$(\alpha v + \beta w) \circ (\gamma v + \delta w)$, $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{R}$

SISTEMI di EQUAZIONI LINEARI: METODO di GAUSS

- "risolvere l'equazione

$$3x_2 + (1+i)\,x_3 = 1+i$$

nell'incognita $x \in \mathbb{C}^4$ (o nelle incognite $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{C}$)"

<u>significa</u>:

determinare le $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^4$ tali che

$$3x_2 + (1+i)\,x_3 = 1+i$$

- ciascuna di tali $x \in \mathbb{C}^4$ si dice <u>una soluzione</u> dell'equazione.

<u>Oss</u>: il coeff $1+i$ di x_3 è $\neq 0$, dunque:

$\forall\, r, s, t \in \mathbb{C}$, posto $x_1 = r$, $x_2 = s$, $x_4 = t$

$\exists!\, x_3 \in \mathbb{C}$ t.c. $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_4 \end{bmatrix}$ è soluzione.

Precisamente:
$$x_3 = \frac{1+i-3s}{1+i} = 1 - \left(\frac{3}{2} - \frac{3}{2}i\right)s$$

Quindi:

$$x = \begin{bmatrix} r \\ s \\ 1-\left(\frac{3}{2}-\frac{3}{2}i\right)s \\ t \end{bmatrix} = r\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + s\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -\frac{3}{2}+\frac{3}{2}i \\ 0 \end{bmatrix} + t\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

con $r, s, t \in \mathbb{C}$

<u>RAPPRESENTAZIONE PARAMETRICA</u> dell'insieme delle soluzioni: le x descritte, al variare di $r, s, t \in \mathbb{C}$, sono <u>tutte e sole</u> le soluzioni dell'eq.