



Algebra Lineare e Fondamenti di Geometria

Prova di Algebra Lineare

Corso di Laurea in Ingegneria Elettrica

Appello del 21 luglio 2011

Problema 1

Dare una rappresentazione parametrica del sottoinsieme di \mathbb{R}^3 definito da:

$$S = \{ x_1 - 2x_3 = 1, \quad x \in \mathbb{R}^3 \}$$

Dare infine una descrizione geometrica di S .

Problema 2

Si considerino i sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^4 definiti da:

$$V = \left\langle \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\rangle \quad \text{e} \quad W = \left\langle \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\rangle$$

Determinare:

- (A) la dimensione di V e quella di W ;
- (B) una base di $V + W$;
- (C) una base di $V \cap W$.

Problema 3

Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ l'applicazione \mathbb{R} -lineare definita da

$$f \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad f \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Posto $g = 3f^3 - 2f^2$, determinare

$$g \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Problema 4

Indicare la fattorizzazione di $p(x) = x^2 + 7 \in \mathbb{C}[x]$ e rappresentare le radici di $p(x)$ sul piano di Gauss.

Problema 5

Determinare una base ortonormale del sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^3 definito da:

$$V = \left\langle \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\rangle$$