Dipartimento di Matematica Applicata
« Ulisse Dini »

Algebra Lineare e Fondamenti di Geometria

Prova di Algebra Lineare

Corso di Laurea in Ingegneria Elettrica

Appello del 7 luglio 2011

Problema 1

Si consideri V_L con una base ortonormale e sia α il piano di rappresentazione parametrica:

$$x = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + s \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \qquad t, s \in \mathbb{R}$$

(A) Sia P il punto di coordinate

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ -2 \end{bmatrix}$$

Decidere se $P \in \alpha$.

(B) Dare una rappresentazione cartesiana di α.

Problema 2

Si considerino i sottospazi vettoriali di $\mathbb{C}^3$ definiti da:

$$F = \{x \in \mathbb{C}^3 \text{ tali che } x_1 - x_2 = 0\} \quad \text{e} \quad G = \{x \in \mathbb{C}^3 \text{ tali che } x_1 = 0\}$$

Determinare:

(A) una base di F ed una di G;

(B) una base di $F + G$;

(C) una base di $F \cap G$.

Problema 3

Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione $\mathbb{R}$-lineare definita da

$$f(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad , \quad f(\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}) = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Determinare la matrice A tale che $L_A = f$.

Problema 4

Indicare la fattorizzazione di $p(x) = x^5 + 5\,x^2 \in \mathbb{R}[x]$ in fattori di grado al più due.

Problema 5

Si consideri $\mathbb{C}^3$ con prodotto hermitiano canonico, e siano

$$v = \begin{bmatrix} i \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad , \quad w = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Determinare la proiezione ortogonale e la componente normale di v su w.