



Algebra Lineare e Fondamenti di Geometria

Prova di Algebra Lineare

Corso di Laurea in Ingegneria Elettrica

Appello del 23 giugno 2011

Problema 1

Si consideri V_L con una base ortonormale e sia α il piano di rappresentazione cartesiana:

$$x_1 - 3x_2 = 2, \quad x \in \mathbb{R}^3$$

- (A) Indicare un vettore $n \in V_L$ perpendicolare ad α ;
- (B) Dare una rappresentazione parametrica di α .

Problema 2

Si considerino i sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 definiti da:

$$V = \{x \in \mathbb{R}^5 \text{ tali che } x_3 + x_5 = 0\} \quad \text{e} \quad W = \left\langle \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\rangle$$

Determinare:

- (A) una base di V ;
- (B) una base di $V + W$;
- (C) una base di $V \cap W$.

Problema 3

Siano

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$$

e $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione \mathbb{R} -lineare definita da $f = L_A$.

Determinare $\ker L_A$, $\text{im } L_A$ e la matrice B tale che $L_B = f^2$.

Problema 4

Indicare la fattorizzazione di $p(x) = x^4 - 3x \in \mathbb{C}[x]$ in fattori di primo grado.

Problema 5

Decidere se sia corretta la scrittura:

$$\mathbb{C}^3 = \left\langle \begin{bmatrix} i \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\rangle \oplus \left\langle \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right\rangle$$