

- Sia $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, con $m \neq n$, e sia $B = AA^*$. Allora
 A: B^* non è definita B: $B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ed è simmetrica C: B non è definita D: $B \in \mathbb{R}^{m \times m}$ ed è simmetrica E: N.A.
- Le due rette parametriche $\gamma(s) = (1, 0, 1) + s(2, 1, 1)$ e $\sigma(t) = (0, 0, 3) + t(3, 2, 1)$ sono
 A: N.A. B: coincidenti C: incidenti D: parallele E: sghembe
- La matrice $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
 A: è diagonalizzabile perché l'autospazio dell'autovalore doppio ha dimensione due B: non è diagonalizzabile perché l'autospazio dell'autovalore triplo ha dimensione due C: è diagonalizzabile perché gli autovalori sono tutti distinti
 D: N.A. E: non è diagonalizzabile perché l'autospazio dell'autovalore doppio ha dimensione uno
- Sia $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definita dalla traslazione $T(x) = x + a$ ove $a \neq 0, a \in \mathbb{R}^2$. Allora
 A: T è lineare ed il suo spettro reale è $\{0, 1, \pi\}$ B: T non è lineare C: T è lineare ed il suo spettro reale è vuoto
 D: N.A. E: T non è definita su \mathbb{R}^2
- (Vale due punti.) Sia $X = C^0[0, \pi]$ e $\mathcal{A}: X \rightarrow X$ definito ponendo $\mathcal{A}(u) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi u(t) dt$. Allora lo spettro di \mathcal{A} è:
 A: $\{1\}$ B: vuoto C: N.A. D: $\{0, 1\}$ E: \mathbb{C}
- La proiezione (in \mathbb{C}^3) di $(1, 1, 1)$ su $\langle 2i, i, i \rangle$ è:
 A: $(4/3, 2/3, 2/3)$ B: $(0, 0, 0)$ C: $(1, 1, 1)$ D: N.A. E: $(4i, 2i, 2i)$
- La proiezione di $(1, 1, 1)$ su $\langle (2, 1, 1), (0, 1, 1) \rangle$ è:
 A: $(2, -1, -1)$ B: $(3, 3/2, 3/2)$ C: N.A. D: $(0, 1, 1)$ E: $(1, 1, 1)$
- I due sottospazi di \mathbb{R}^3 $X = \langle (0, 1, 1), (2, 1, 4) \rangle$ e $Y = \langle (2, -1, 2), (2, 0, 3) \rangle$ verificano
 A: N.A. B: $X \subset Y$ C: $X = Y$ D: $X \cap Y = \{\emptyset\}$ E: $Y \subset X$
- L'insieme delle soluzioni del sistema lineare

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 0 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

è costituito da:

- A: $(-1, 1, 0) + \alpha(-3, 1, 1)$ B: N.A. C: $(3, 2, 2)$ D: è vuoto E: $(-1, 3, 2) + \alpha(2, 1, 0)$
- Sia $X = C^0[0, \pi]$ ed $\mathcal{A}: X \rightarrow X$ definito ponendo $\mathcal{A}(u) = \int_0^\pi u(t) dt$. Allora, posto $u(t) = \sin t$ si ha
 A: $u \notin \text{Ker } \mathcal{A}$ e $u \notin \text{Im } \mathcal{A}$ B: N.A. C: $u \in \text{Ker } \mathcal{A}$ D: $u \in \text{Im } \mathcal{A}$ E: $u \notin \text{Ker } \mathcal{A}$, ma $u \in \text{Im } \mathcal{A}$
 - Data $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$, esiste un cambio di base che la renda diagonale? Quali valori appariranno sulla diagonale, in un ordine opportuno?
 A: sì $\{1, 2\}$, 1 appare due volte B: C: N.A. D: no E: sì $\{0, -3, 2\}$

1. L'insieme delle soluzioni del sistema lineare

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 0 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

è costituito da:

A: $(-1, 3, 2) + \alpha(2, 1, 0)$ B: $(3, 2, 2)$ C: N.A. D: è vuoto E: $(-1, 1, 0) + \alpha(-3, 1, 1)$

2. (Vale due punti.) Sia $X = C^0[0, \pi]$ e $\mathcal{A} : X \rightarrow X$ definito ponendo $\mathcal{A}(u) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi u(t) dt$. Allora lo spettro di \mathcal{A} è:

A: $\{0, 1\}$ B: \mathbb{C} C: $\{1\}$ D: vuoto E: N.A.

3. La proiezione (in \mathbb{C}^3) di $(1, 1, 1)$ su $(2i, i, i)$ è:

A: $(1, 1, 1)$ B: $(4i, 2i, 2i)$ C: $(0, 0, 0)$ D: N.A. E: $(4/3, 2/3, 2/3)$

4. Le due rette parametriche $\gamma(s) = (1, 0, 1) + s(2, 1, 1)$ e $\sigma(t) = (0, 0, 3) + t(3, 2, 1)$ sono

A: parallele B: incidenti C: coincidenti D: N.A. E: sghembe

5. La proiezione di $(1, 1, 1)$ su $\langle (2, 1, 1), (0, 1, 1) \rangle$ è:

A: $(3, 3/2, 3/2)$ B: N.A. C: $(0, 1, 1)$ D: $(1, 1, 1)$ E: $(2, -1, -1)$

6. Sia $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, con $m \neq n$, e sia $B = AA^*$. Allora

A: $B \in \mathbb{R}^{m \times m}$ ed è simmetrica B: B^* non è definita C: B non è definita D: N.A. E: $B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ed è simmetrica

7. Sia $X = C^0[0, \pi]$ ed $\mathcal{A} : X \rightarrow X$ definito ponendo $\mathcal{A}(u) = \int_0^\pi u(t) dt$. Allora, posto $u(t) = \sin t$ si ha

A: $u \in \text{Ker } \mathcal{A}$ B: $u \notin \text{Ker } \mathcal{A}$ e $u \notin \text{Im } \mathcal{A}$ C: N.A. D: $u \notin \text{Ker } \mathcal{A}$, ma $u \in \text{Im } \mathcal{A}$ E: $u \in \text{Im } \mathcal{A}$

8. Data $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$, esiste un cambio di base che la renda diagonale? Quali valori appariranno sulla diagonale, in un ordine opportuno?

A: no B: C: N.A. D: sì $\{0, -3, 2\}$ E: sì $\{1, 2\}$, 1 appare due volte

9. Sia $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definita dalla traslazione $T(x) = x + a$ ove $a \neq 0, a \in \mathbb{R}^2$. Allora

A: T non è definita su \mathbb{R}^2 B: T non è lineare C: N.A. D: T è lineare ed il suo spettro reale è $\{0, 1, \pi\}$ E: T è lineare ed il suo spettro reale è vuoto

10. La matrice $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

A: non è diagonalizzabile perché l'autospazio dell'autovalore triplo ha dimensione due B: non è diagonalizzabile perché l'autospazio dell'autovalore doppio ha dimensione uno C: N.A. D: è diagonalizzabile perché l'autospazio dell'autovalore doppio ha dimensione due E: è diagonalizzabile perché gli autovalori sono tutti distinti

11. I due sottospazi di \mathbb{R}^3 $X = \langle (0, 1, 1), (2, 1, 4) \rangle$ e $Y = \langle (2, -1, 2), (2, 0, 3) \rangle$ verificano

A: $X \subset Y$ B: $X = Y$ C: $Y \subset X$ D: $X \cap Y = \{\emptyset\}$ E: N.A.

1. L'insieme delle soluzioni del sistema lineare

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 0 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

è costituito da:

A: è vuoto B: N.A. C: $(3, 2, 2)$ D: $(-1, 1, 0) + \alpha(-3, 1, 1)$ E: $(-1, 3, 2) + \alpha(2, 1, 0)$

2. La matrice $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

A: non è diagonalizzabile perché l'autospazio dell'autovalore doppio ha dimensione uno B: N.A. C: è diagonalizzabile perché gli autovalori sono tutti distinti D: non è diagonalizzabile perché l'autospazio dell'autovalore triplo ha dimensione due E: è diagonalizzabile perché l'autospazio dell'autovalore doppio ha dimensione due

3. Sia $X = C^0[0, \pi]$ ed $\mathcal{A}: X \rightarrow X$ definito ponendo $\mathcal{A}(u) = \int_0^\pi u(t)dt$. Allora, posto $u(t) = \sin t$ si ha

A: $u \notin \text{Ker}\mathcal{A}$, ma $u \in \text{Im}\mathcal{A}$ B: N.A. C: $u \notin \text{Ker}\mathcal{A}$ e $u \notin \text{Im}\mathcal{A}$ D: $u \in \text{Im}\mathcal{A}$ E: $u \in \text{Ker}\mathcal{A}$

4. I due sottospazi di \mathbb{R}^3 $X = \langle(0, 1, 1), (2, 1, 4)\rangle$ e $Y = \langle(2, -1, 2), (2, 0, 3)\rangle$ verificano

A: $Y \subset X$ B: $X \cap Y = \{\emptyset\}$ C: $X = Y$ D: $X \subset Y$ E: N.A.

5. Sia $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definita dalla traslazione $T(x) = x + a$ ove $a \neq 0, a \in \mathbb{R}^2$. Allora

A: T è lineare ed il suo spettro reale è vuoto B: T è lineare ed il suo spettro reale è $\{0, 1, \pi\}$ C: N.A. D: T non è definita su \mathbb{R}^2 E: T non è lineare

6. (Vale due punti.) Sia $X = C^0[0, \pi]$ e $\mathcal{A}: X \rightarrow X$ definito ponendo $\mathcal{A}(u) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi u(t)dt$. Allora lo spettro di \mathcal{A} è:

A: \mathbb{C} B: N.A. C: $\{0, 1\}$ D: $\{1\}$ E: vuoto

7. Sia $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, con $m \neq n$, e sia $B = AA^*$. Allora

A: $B \in \mathbb{R}^{m \times m}$ ed è simmetrica B: B non è definita C: B^* non è definita D: $B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ed è simmetrica E: N.A.

8. La proiezione (in \mathbb{C}^3) di $(1, 1, 1)$ su $(2i, i, i)$ è:

A: $(0, 0, 0)$ B: $(4/3, 2/3, 2/3)$ C: $(4i, 2i, 2i)$ D: N.A. E: $(1, 1, 1)$

9. La proiezione di $(1, 1, 1)$ su $\langle(2, 1, 1), (0, 1, 1)\rangle$ è:

A: $(1, 1, 1)$ B: N.A. C: $(3, 3/2, 3/2)$ D: $(0, 1, 1)$ E: $(2, -1, -1)$

10. Data $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$, esiste un cambio di base che la renda diagonale? Quali valori appariranno sulla diagonale, in un ordine opportuno?

A: no B: N.A. C: D: sì $\{0, -3, 2\}$ E: sì $\{1, 2\}$, 1 appare due volte

11. Le due rette parametriche $\gamma(s) = (1, 0, 1) + s(2, 1, 1)$ e $\sigma(t) = (0, 0, 3) + t(3, 2, 1)$ sono

A: parallele B: sghembe C: incidenti D: N.A. E: coincidenti

1. (Vale due punti.) Sia $X = C^0[0, \pi]$ e $\mathcal{A} : X \rightarrow X$ definito ponendo $\mathcal{A}(u) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi u(t) dt$. Allora lo spettro di \mathcal{A} è:
 A: $\{1\}$ B: $\{0, 1\}$ C: vuoto D: \mathbb{C} E: N.A.
2. Data $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$, esiste un cambio di base che la renda diagonale? Quali valori appariranno sulla diagonale, in un ordine opportuno?
 A: sì $\{1, 2\}$, 1 appare due volte B: no C: D: N.A. E: sì $\{0, -3, 2\}$
3. La matrice $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
 A: non è diagonalizzabile perché l'autospazio dell'autovalore triplo ha dimensione due B: è diagonalizzabile perché gli autovalori sono tutti distinti C: è diagonalizzabile perché l'autospazio dell'autovalore doppio ha dimensione due D: non è diagonalizzabile perché l'autospazio dell'autovalore doppio ha dimensione uno E: N.A.
4. I due sottospazi di \mathbb{R}^3 $X = \langle (0, 1, 1), (2, 1, 4) \rangle$ e $Y = \langle (2, -1, 2), (2, 0, 3) \rangle$ verificano
 A: N.A. B: $Y \subset X$ C: $X \subset Y$ D: $X \cap Y = \{\emptyset\}$ E: $X = Y$
5. La proiezione (in \mathbb{C}^3) di $(1, 1, 1)$ su $\langle 2i, i, i \rangle$ è:
 A: N.A. B: $(1, 1, 1)$ C: $(0, 0, 0)$ D: $(4/3, 2/3, 2/3)$ E: $(4i, 2i, 2i)$
6. La proiezione di $(1, 1, 1)$ su $\langle (2, 1, 1), (0, 1, 1) \rangle$ è:
 A: $(3, 3/2, 3/2)$ B: N.A. C: $(0, 1, 1)$ D: $(1, 1, 1)$ E: $(2, -1, -1)$
7. Sia $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definita dalla traslazione $T(x) = x + a$ ove $a \neq 0, a \in \mathbb{R}^2$. Allora
 A: T è lineare ed il suo spettro reale è $\{0, 1, \pi\}$ B: T non è definita su \mathbb{R}^2 C: T non è lineare D: N.A. E: T è lineare ed il suo spettro reale è vuoto
8. L'insieme delle soluzioni del sistema lineare
- $$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 0 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$
- è costituito da:
 A: $(-1, 3, 2) + \alpha(2, 1, 0)$ B: è vuoto C: $(-1, 1, 0) + \alpha(-3, 1, 1)$ D: $(3, 2, 2)$ E: N.A.
9. Le due rette parametriche $\gamma(s) = (1, 0, 1) + s(2, 1, 1)$ e $\sigma(t) = (0, 0, 3) + t(3, 2, 1)$ sono
 A: N.A. B: parallele C: incidenti D: sghembe E: coincidenti
10. Sia $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, con $m \neq n$, e sia $B = AA^*$. Allora
 A: $B \in \mathbb{R}^{m \times m}$ ed è simmetrica B: $B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ed è simmetrica C: B^* non è definita D: B non è definita E: N.A.
11. Sia $X = C^0[0, \pi]$ ed $\mathcal{A} : X \rightarrow X$ definito ponendo $\mathcal{A}(u) = \int_0^\pi u(t) dt$. Allora, posto $u(t) = \sin t$ si ha
 A: $u \in \text{Ker } \mathcal{A}$ B: $u \notin \text{Ker } \mathcal{A}$, ma $u \in \text{Im } \mathcal{A}$ C: $u \in \text{Im } \mathcal{A}$ D: N.A. E: $u \notin \text{Ker } \mathcal{A}$ e $u \notin \text{Im } \mathcal{A}$

