COMPETENZE MINIME PER IL SUPERAMENTO DELLE PROVE ORALI DI
ALGEBRA LINEARE E ANALISI MATEMATICA II

1._ Tutte le definizioni introdotte nel programma, in teoria e in semplici casi pratici.

2._ Tutte le formule di calcolo, in teoria e in semplici casi pratici.

3._ Capacita` di impostare correttamente la risoluzione di problemi piu` complessi, indipendentemente dalla effettiva risoluzione esatta.

4._ La dimostrazione di uno o piu` teoremi, a scelta della commissione, fra i seguenti:

PER L'ALGEBRA LINEARE:

La norma della differenza di due vettori e` maggiore o eguale al valore assoluto della differenza delle norme dei vettori.

Teorema di Pitagora negli spazi euclidei.
Identita` del parallelogramma negli spazi euclidei.
La differenza fra un vettore e la sua proiezione e` ortogonale alla proiezione.
La proiezione su un vettore e` il suo multiplo di minima distanza dal vettore proiettato.
Disuguaglianza di Schwartz (una dimostrazione a piacere).

I coefficienti delle variabili nell'equazione implicita di una retta o di un piano sono le componenti di un vettore normale ad essi.

Se una matrice ha inverse destra e sinistra, allora esse coincidono.
Se A e` una matrice simmetrica allora u(Av)=v(Au) (comportamento delle matrici simmetriche rispetto al prodotto scalare).

La somma di due sottospazi e` diretta se e solo se la loro intersezione si riduce al solo zero.
Il complemento ortogonale di un insieme e` un sottospazio.
Lo span di un insieme di vettori e` un sottospazio.
Le potenze distinte sono indipendenti nello spazio dei polinomi.
Vettori non nulli a due a due ortogonali sono indipendenti.
Da un sistema di generatori puo` essere eliminato un vettore dipendente dagli altri, ottenendo lo stesso span.
Se dim(X)=n, ogni insieme di n vettori indipendenti e` una base.
Il teorema di esistenza di Rouche' e Capelli mediante il rango delle matrici completa e incompleta.
Il teorema di esistenza e unicita` di Cramer sui sistemi quadrati.
Il teorema generale di unicita` mediante l'indipendenza delle colonne.

Il nucleo e l'immagine di un'applicazione lineare sono sottospazi.
Un'applicazione lineare e` iniettiva se e solo se il nucleo e` costituito solo dallo zero.
L'immagine di un'applicazione lineare ha dimensione non maggiore di quella del dominio.
Rappresentazione come prodotto delle applicazioni lineari fra spazi euclidei.

Se un determinante ha due colonne uguali e` nullo.
Se n vettori di Rn sono dipendenti, il determinante da essi formato e` nullo.
Formula di Cramer di risoluzione dei sistemi lineari con ugual numero di equazioni e incognite.

Condizione necessaria e sufficiente perche' un numero sia autovalore: equazione caratteristica.
Se un polinomio ha coefficienti tutti strettamente positivi le sue radici sono tutte strettamente negative.
Esempio di matrice priva di autovalori reali.
Condizione necessaria e sufficiente per la diagonalizzabilita` e` l'esistenza di una base di autovettori.
Esempio di matrice non diagonalizzabile.

Tutti gli autovalori di una matrice simmetrica reale sono reali.
Ogni matrice simmetrica ha (almeno) un autovettore reale.
Autovettori di una matrice simmetrica relativi ad autovalori distinti sono ortogonali.
Se un vettore e` ortogonale ad un autovettore anche la sua immagine lo e`.
Gli autovettori di ogni matrice simmetrica formano una base (base spettrale).

PER L' ANALISI MATEMATICA II:

Disuguaglianze fra norma e moduli delle componenti di un vettore.
Il limite della somma di due successioni di vettori convergenti e` la somma dei limiti.
Teoremi della permanenza del segno.
Una funzione 0-omogenea non costante non converge nell'origine.
Una funzione omogenea di grado strettamente positivo, limitata sull'insieme dei versori contenuti nel dominio, e` infinitesima nell'origine.
Teorema degli zeri per funzioni continue su connessi (per archi).
Esempio di polinomio (non costante) in due variabili, non divergente all'infinito.

La norma e` una funzione continua.
Teorema di Fermat sugli estremi interni.
Le funzioni differenziabili sono continue.
Le funzioni differenziabili hanno tutte le derivate direzionali.
Formula di rappresentazione del differenziale.
Le curve di livello sono perpendicolari al gradiente.

Condizione del rotore per l'integrabilita` dei campi di vettori di classe C1.
Se un campo e` integrabile, l'integrale curvilineo non dipende dal cammino, ma solo dagli estremi.
Esempio di forma chiusa non esatta.
Un campo irrotazionale e` integrabile su ogni insieme stellato.
Una funzione con gradiente identicamente nullo su un connesso (per archi) e` costante.

Una curva di classe C1 e` rettificabile.
Curve equivalenti hanno la stessa lunghezza.
Teorema di U.Dini sulle funzioni implicite in due variabili (solo la costruzione delle funzione esplicita).