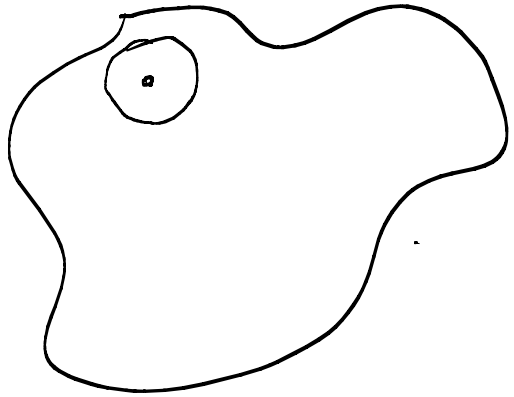
Note Title 3/10/2021

Ω è aperto se ogni suo punto è interno

$$\forall x_0 \in \Omega \quad \exists \rho > 0 : \quad B_\rho(x_0) \subseteq \Omega$$



Ω è chiuso se contiene tutti i punti della propria frontiera.

$\forall x_0 \in \mathbb{R}^N$: $\forall \varepsilon > 0$ $\exists x \in \Omega$ $x' \notin \Omega$
$x, x' \in B_\varepsilon(x_0)$

$\Rightarrow$ $x_0 \in \partial\Omega$

$\Omega = \{|x| \leq 1\}$ $\partial\Omega = \{|x| = 1\}$
è chiuso, perché $\partial\Omega \subseteq \Omega$

Ω è limitato se $\exists K$: $B_K(0) \supseteq \Omega$

Ω è NON LIMITATO se $\forall K > 0$ $\exists x \in \Omega$:
$|x| \geq K$

$\chi_{<u_1 \dots u_n>}$

1) $\chi_{<u_1 \dots u_n>} \in <u_1 \dots u_n>$

$\exists \alpha_1 \dots \alpha_n : \chi_{<u_1 \dots u_n>} = \sum_{i}^{n} \alpha_i u_i$

2) $\left(x - \underbrace{\sum_{i}^{n} \alpha_i u_i}_{1}\right) u_j = 0 \quad \forall j = 1 \dots n$

Operatore $A : X \to X$ in sé

$$(Au)v = u(Av) \quad \forall u, v$$

(AUTOAGGIUNTO)

CNS perché A sia autoagg. è che la matrice associata a una qualunque base ortonormale sia autoaggiunta

AL_7.1

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

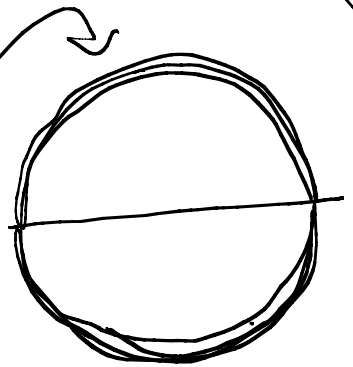
u autovettore con autovalore λ

$$[A(u)]u = (\lambda u)u = \lambda |u|^2$$

$$u[A(u)] = u(\lambda u) = \overline{\lambda} |u|^2 \qquad |u| \neq 0 \quad \lambda = \overline{\lambda}$$

$f(x,y)=0 \quad \overset{?}{\Longrightarrow} \quad y=\varphi(x) : \; f(x,\varphi(x))\equiv 0$

$x^2+y^2-1=0$



$y^2=1-x^2$

$y=\sqrt{1-x^2} \quad = \varphi(x) \quad y\geq 0$

$y=-\sqrt{1-x^2} \quad = \varphi(x) \quad y\leq 0$

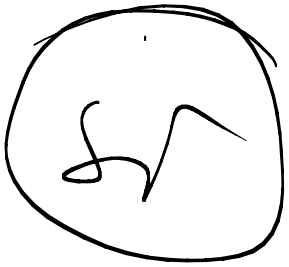
$x^2+\underbrace{\left(\sqrt{1-x^2}\right)}_{y}^2 = x^2+1-x^2=1$

$y=\varphi(x)$ is the implicit of $f(x,y)=0$

$f(x,\varphi(x))=0 \quad \forall x\in[x_0-\delta, x_0+\delta]$

$f(x,y)=0$ implicito

$2x+3y-1=0$



$y=\frac{1}{3}-\frac{2}{3}x$

esplicito

$y=\varphi(x)$