Note Title 3/5/2021

Intorno di x_0 in $\mathbb{R}$ $\quad]x_0-\delta, x_0+\delta[=$

$$= \{ x \in \mathbb{R} : x_0-\delta < x < x_0+\delta \} =$$

$$= \{ x \in \mathbb{R} : |x-x_0| < \delta \} = \underline{B_\delta(x_0)}$$

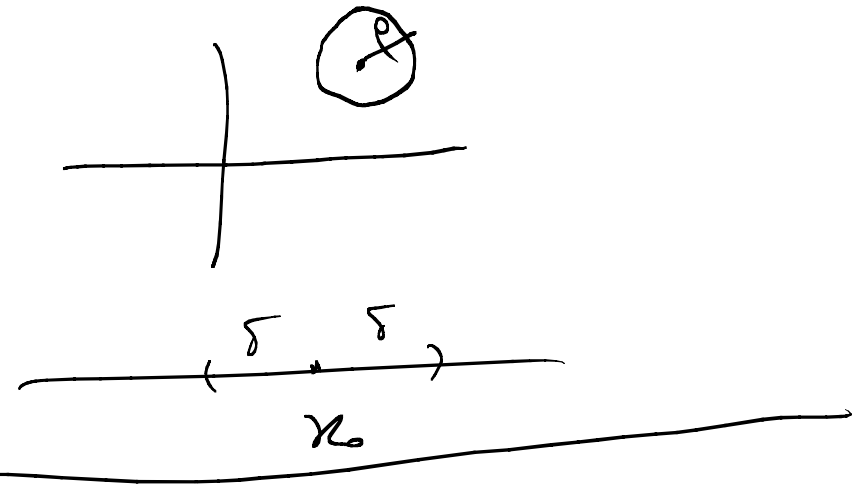
IN $\mathbb{R}^N$ Intorno di centro x_0 e raggio ρ è la sfera aperta $B(x_0;\rho) =$

$$\{x \in \mathbb{R}^N \; ; \; |x - x_0| < \rho\}.$$

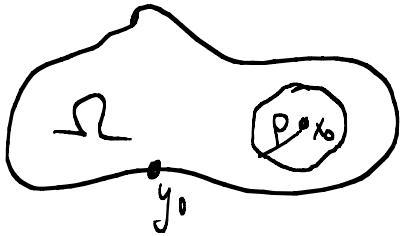
$\Omega \subseteq \mathbb{R}^N$

x_0 si dice INTERNO ad Ω

se $\exists \rho > 0 : B_\rho(x_0) \subseteq \Omega$



ATTENZIONE!!!



x_0 è interno
y_0 NO!

x_0 interno ad Ω

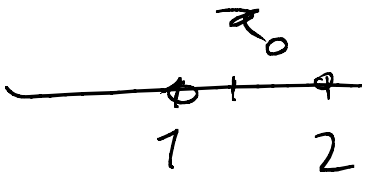
x_0 appartenente ad Ω

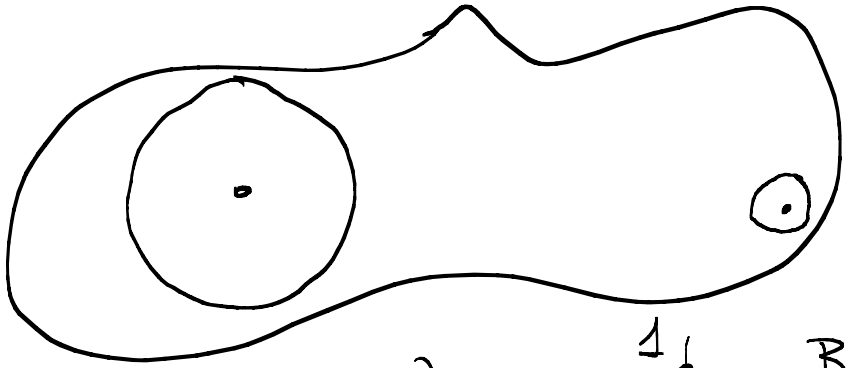
SONO CONCETTI TOT. DIVERSI

Ω si dice **APERTO** se OGNI suo punto è INTERNO, cioè

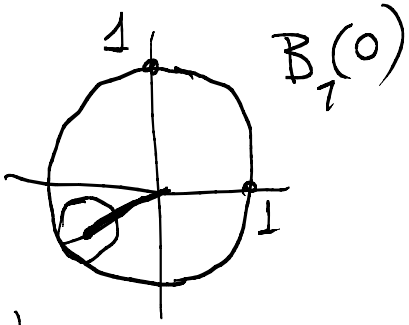
$$\forall x_0 \in \Omega \quad \exists \rho > 0 \; : \; B_\rho(x_0) \subseteq \Omega$$

$]1,2[$





$x_0 \in]1,2[$ $\quad \rho = \min\{2-x_0, \; x_0-1\}$



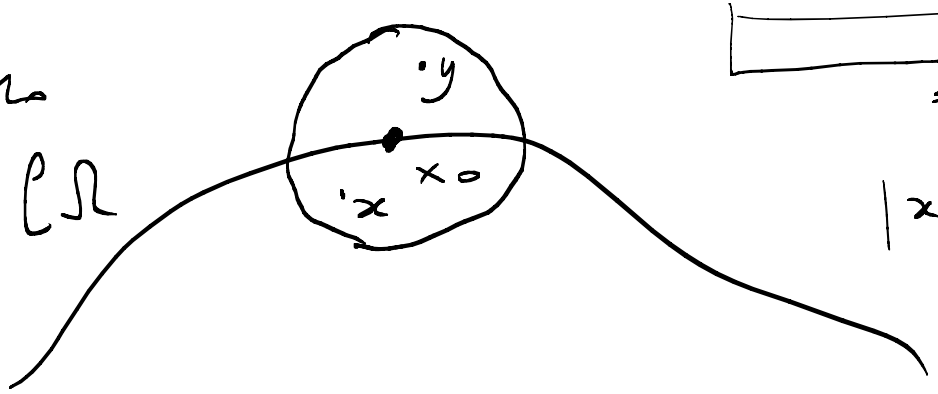
$\rho \leq 1-|x_0|$

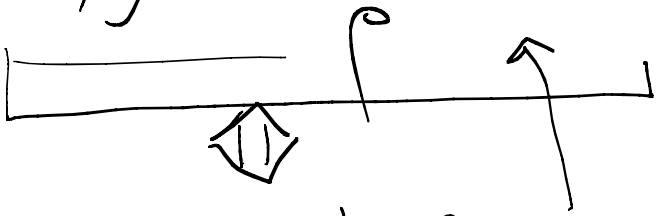
Dato $\Omega \subseteq \mathbb{R}^N$ arbitrario, x_0 (NON NECESS. APPARTENENTE ad Ω) si dice di <u>FRONTIERA</u> $\partial\Omega$

se

$$\forall \rho > 0 \quad \exists\, x \in \Omega,\ y \notin \Omega : \quad x, y \in B_\rho(x_0)$$

Ogni sfera centrata in x_0 deve intersecare Ω e $\partial\Omega$

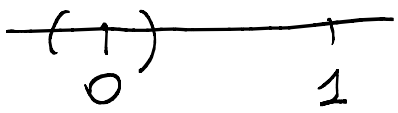




$|x - x_0| < \rho$

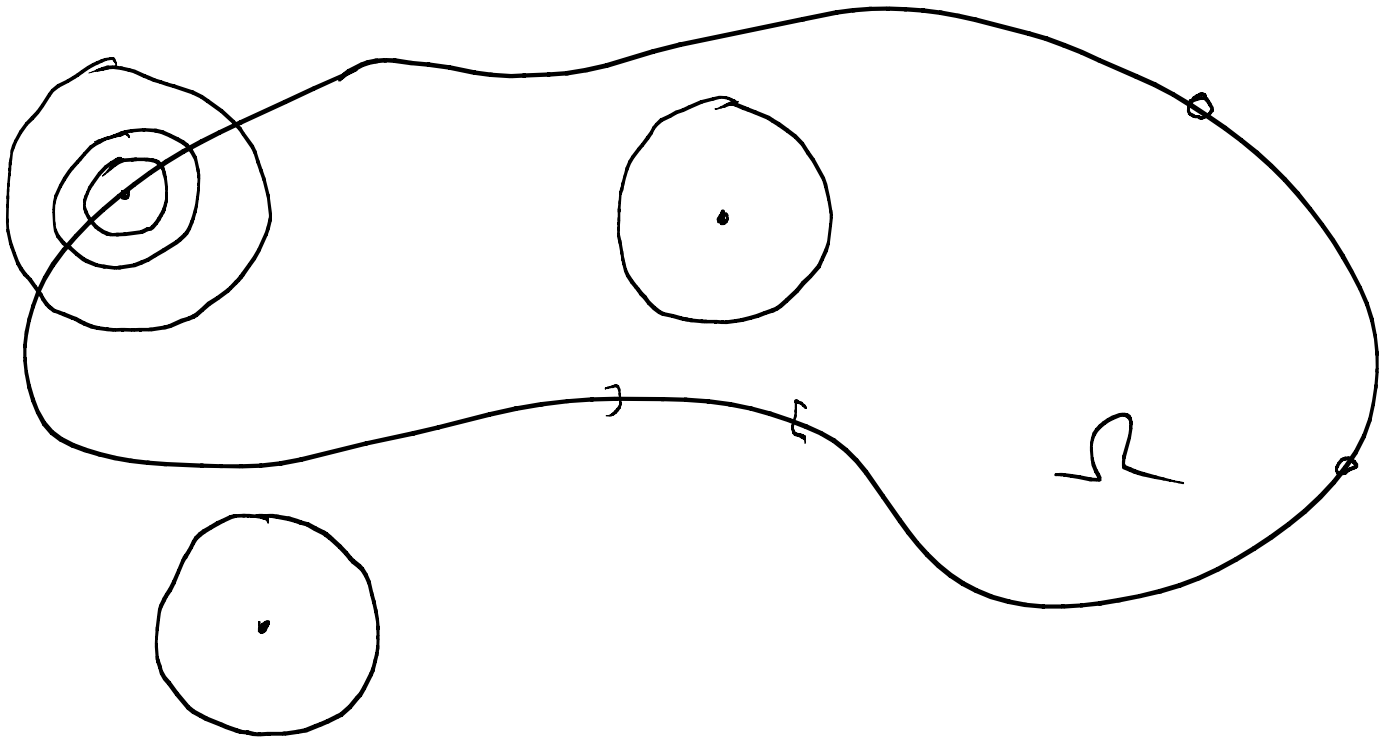
$|y - x_0| < \rho$

$\Omega =]0, 1]$ 0 ed 1 sono di frontiera



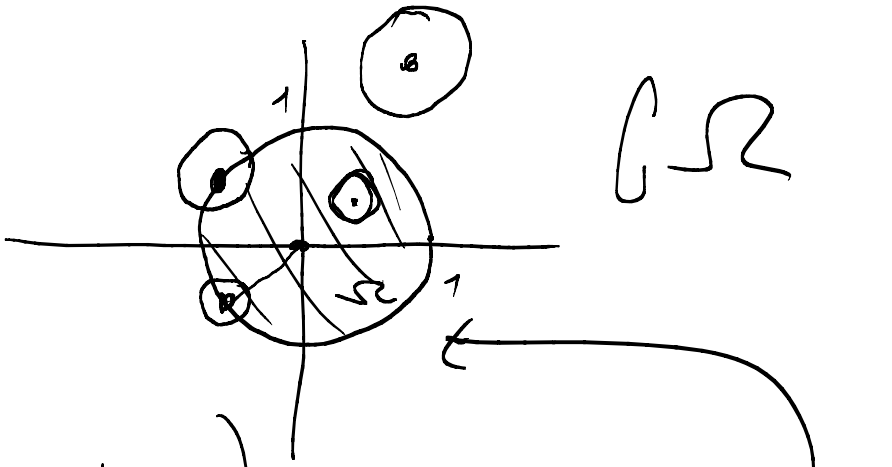
$0 \notin]0,1]$ $\quad 1 \in]0,1]$

$\Omega = [0,1]$ $\quad \partial\Omega = \{0,1\}$



Ω si dirà chiuso se contiene tutti i suoi punti di frontiera.

$\Omega = B_1(0) \subseteq \mathbb{R}^2$



$\partial\Omega = \{(x,y) : |(x,y)| = 1\}$ $\quad |(x,y)| \leq 1$

$B_1(0) = \{ x : |x| < 1 \}$ NON È CHIUSA in $\mathbb{R}^2$

perché non contiene nessuno dei punti di frontiera

(punti della circonferenza)

$\overline{B_1(0)} = \{x : |x| \le 1\}$ È CHIUSA

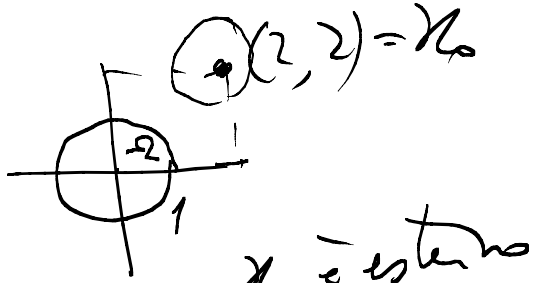
perché OGNI PUNTO DI FRONTIERA

($S_1(0) = \{x : |x| = 1\}$

è contenuto in $\overline{B_1(0)}$

$\Omega \subseteq \mathbb{R}^N$ x_0 si dice ESTERNO se

$\exists \rho > 0 : B_\rho(x_0) \cap \Omega = \emptyset$



x_0 è esterno ad Ω se è interno a $\complement\Omega$.

x_0 è esterno ad Ω

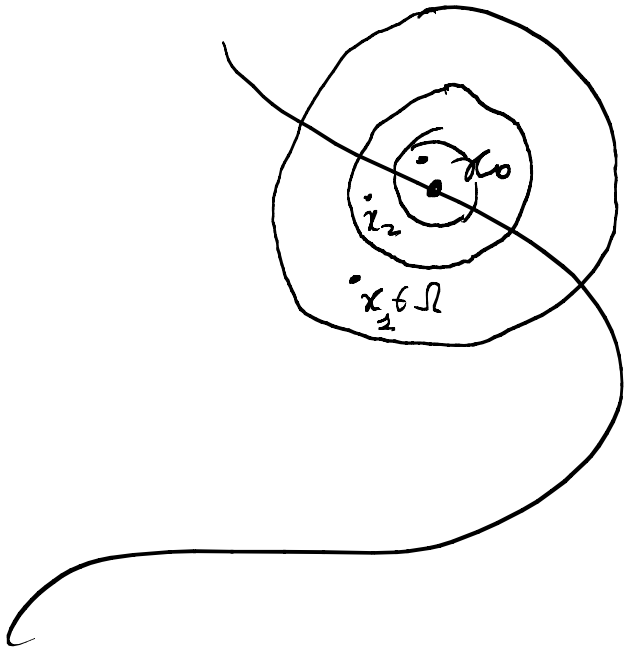
$\Omega \subseteq \mathbb{R}^N$ $\quad C\Omega = \{x \in \mathbb{R}^N : x \notin \Omega\}$

Ogni $x_0 \in \mathbb{R}^N$ è o interno o esterno o di frontiera

---

$\Omega \subseteq \mathbb{R}^N$ $\quad x_0$ è di accumulazione per Ω

se $\boxed{\forall \rho > 0}$ $\exists x \in \Omega : \underline{|x - x_0| < \rho}$, $\underline{x \neq x_0}$



x_0 è di accumulazione per Ω se esiste una successione $x_1, x_2, \dots, x_n$ convergente ad x_0.

$\Omega =]0, 1[$

$x_0 = 0$

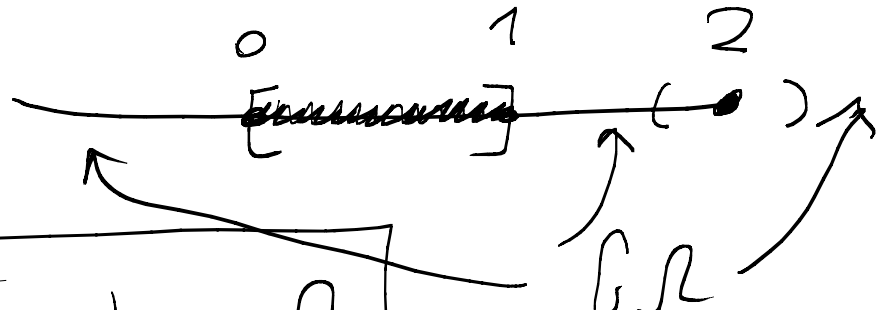
$0 \notin \Omega$

$x_n = \frac{1}{n}$ $\quad x_n \to$

$\frac{1}{n} \in \Omega$

$\frac{1}{n} \neq 0 \div x_0$

$\Omega = [0,1] \cup \{2\}$

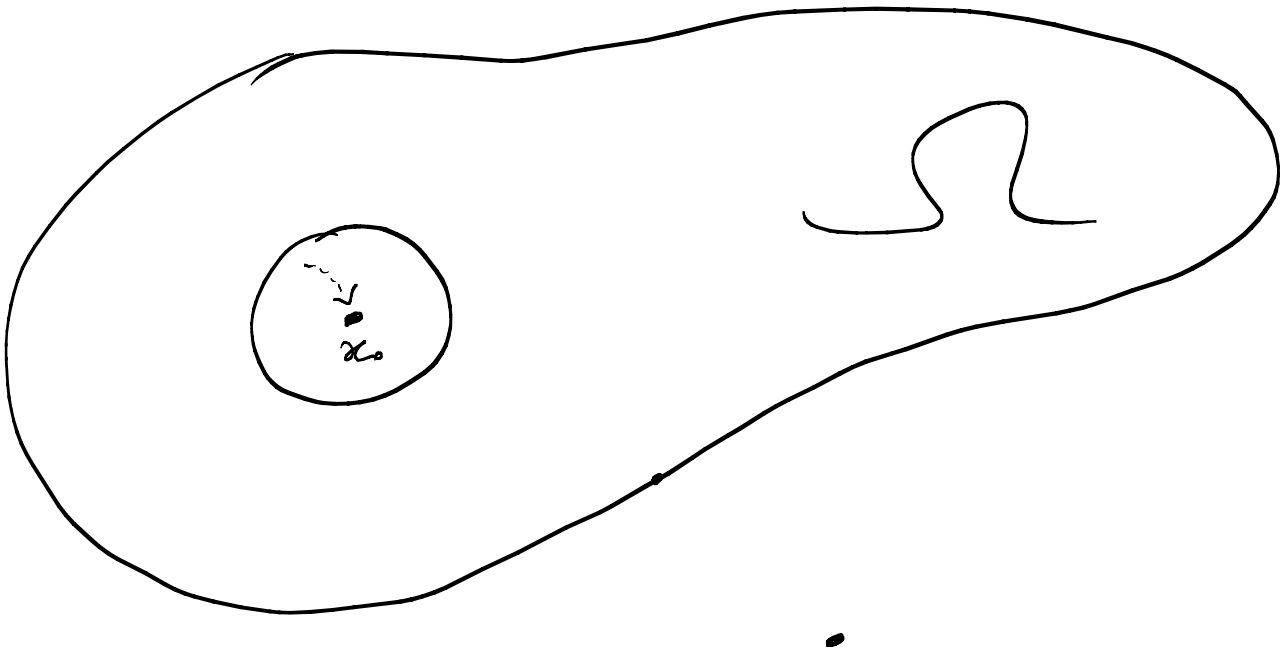


2 è di frontiera per Ω

perché ogni disco centrato in 2 contiene 2, che appartiene ad Ω, ma contiene anche punti del complementare $\{x : |x-2|<1\}$

2 non è di accumulazione per Ω

perché ogni disco di raggio <1 non contiene punti di Ω diversi da 2


V
x_0
Ω