Note Title 11/30/2020

PRODOTTO VETTORE $\mathbb{R}^3$

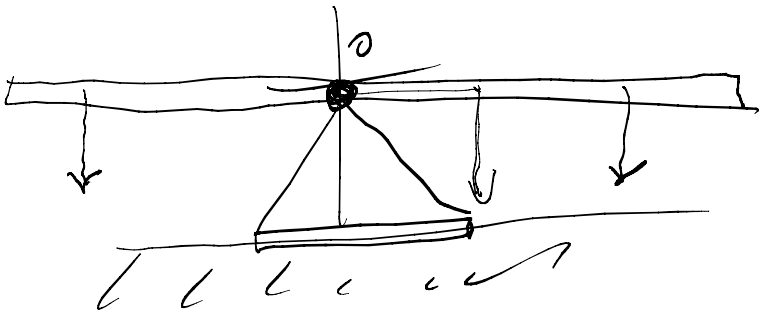
Forza di Lorentz : carica q in movimento con velocità v

$$\vec{F} = q\left(\vec{E} + v \times \vec{B}\right)$$

$\vec{E}$: campo elettrico

$\vec{B}$: campo magnetico

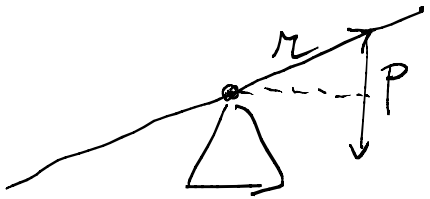
$v \times \vec{B}$: prodotto vettore



torque

$\rightarrow \tau = r \times p$ m

tau



$p = mv$ quantità di moto

$\omega = r \times p$

prodotto vettore.

$$\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix} = ad - bc$$ (determinante nel caso di matrici 2×2)

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix}, & - \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix}, & \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \end{pmatrix} =$$

$a \quad b$

$(\wedge)$

$([a, b]$

1ª componente

$$= \boxed{\begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2, & -(a_1 b_3 - a_3 b_1), & a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix}}$$

$a_3 b_1 - a_1 b_3$

definisce il prodotto vettoriale di a e b

$$\begin{pmatrix}4\\2\\1\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}-1\\4\\2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}4-1, -(2+1), 1+2\end{pmatrix} =$$

$$a \qquad b \qquad = (3, -3, 3)$$

$$a \times b$$

$$\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}2\\4\\2\end{pmatrix} = (4-4, -(2-2), 4-4) = (0,0,0)$$

$$a \times a = 0 \quad \forall a \in \mathbb{R}^3$$

$$a \times (\lambda a) = 0$$

$\forall$

$$\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\a_3\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}\lambda a_1\\\lambda a_2\\\lambda a_3\end{pmatrix} =$$

$a \qquad \lambda a$

$$= (\lambda a_2 a_3 - \lambda a_2 a_3, -(\lambda a_1 a_3 - \lambda a_1 a_3) \dots)$$

$$= 0$$

Proprietà 1) $a \times (b+c) = a \times b + a \times c$

$a \times (\lambda b) = \lambda\, a \times b$

linearità rispetto al primo fattore

IDEM per il secondo fattore

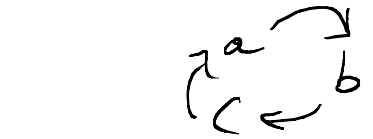
$(a+b) \times c = a \times c + b \times c$

2) $a \times b = -(b \times a) \quad \forall a, b$ antisimmetria

$b = a \Rightarrow a \times a = -a \times a \Rightarrow a = 0$

nilpotente

3) Identità di Jacobi



$a \times (b \times c) + b \times (c \times a) + c \times (a \times b) = 0$

4) $a(a \times b) = 0$ $\quad$ $a \times b$ ortogonale ad a

$b(a \times b) = 0$ $\quad$ " " $\quad$ $a\ b$

5) $|a \times b| =$ area del parallelogramma di lati a e b

$|a \times b| = |a||b|\,|\sin \widehat{ab}|$

6) $\boxed{|a \times b|^2 + (ab)^2 = |a|^2 |b|^2}$ $\quad$ LAGRANGE

7) $a \times (b \times c) = b(ac) - c(ab)$

↑ prodotto scalare