Note Title 10/26/2020

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

$x_1 \dots x_n$ è UNA soluzione se verifica tutte le equazioni

$$\begin{pmatrix} & \\ & \\ & \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} & \\ & \\ & \end{pmatrix} + \dots + \begin{pmatrix} & \\ & \\ & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

$$x_1 \underbrace{\begin{pmatrix} & \\ & \\ & \end{pmatrix}}_{A_1} + x_2 \underbrace{\begin{pmatrix} & \\ & \\ & \end{pmatrix}}_{A_2} + \dots + x_n \underbrace{\begin{pmatrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ \vdots \\ a_{mn} \end{pmatrix}}_{A_n} = \underbrace{\begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}}_{B}$$

$\exists\, x_1 \dots x_n$?

$B = \sum x_i A_i$ ⇕

$B \in \langle A_1, \dots, A_n \rangle$?

COLONNE

	x_1	x_2	x_n	
I riga	a_{11}	a_{12} ..	a_{1n}	b_1
	a_{21}	a_{22}	a_{2n}	b_2
	⋮			⋮
	a_{m1}	a_{m2}	a_{mn}	b_m

Termini noti

coefficienti del sistema.

$b_i \in \mathbb{R}$

$a_{ij} \in \mathbb{R}$ NOTI

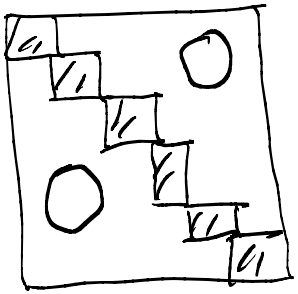
$i = 1..m$

$j = 1..n$

a_{ij} è il coeff. dell'incognita x_j nell'equazione i-esima

Sistemi QUADRATI $n = m$

Sist. di forma



nulla diagonale, $a_{ii} \neq 0$

$$a_{ij} = \begin{cases} \lambda_i \neq 0 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x = b_1 \\ 3y = b_2 \\ 4z = b_3 \end{cases}$$

x	y	z	
2	0	0	b_1
0	3	0	b_2
0	0	4	b_3

$$x = \frac{b_1}{2} \quad y = \frac{b_2}{3} \quad z = \frac{b_3}{4}$$

1 e 1 sola soluzione perché $\lambda_i \neq 0$

SISTEMI TRIANGOLARI (SUPERIORI)

$n = m$

$$a_{ij} = \begin{cases} \lambda_i \neq 0 & \text{se } i = j \\ 0 & \text{se } i > j \end{cases}$$

SOSTITUZIONE ALL'INDIETRO

	1	2	3	b_1
2 eq. I imp. ←	0	4	5	b_2
III eq. I inc. ←	0	0	6	b_3
			III eq. II imp.	

$$x + 2y + 3z = b_1$$

$$4y + 5z = b_2$$

$$6z = b_3$$

$$z = \frac{b_3}{6}$$

$$4y + \frac{5}{6} b_3 = b_2$$

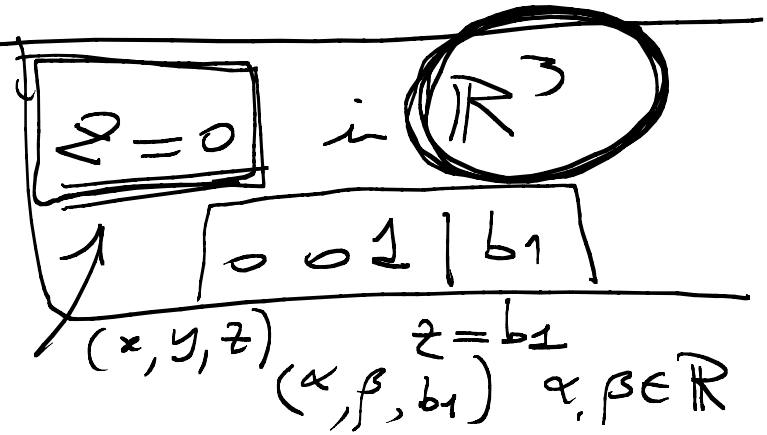
NOTO

SOLUZIONE UNICA (che si può calcolare per sostituzione all'indietro).

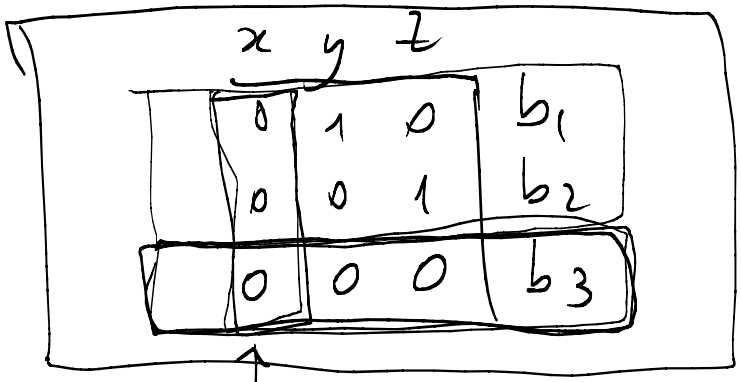
$$\left[\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

sotto la diag. 0

x_1	x_2	x_3	x_4	
0	1	2	0	b_1
0	0	2	1	b_2
0	0	0	1	b_3
0	0	0	0	b_4



Una colonna di coeff. formata da soli zeri fa sì che il valor dell'incognita sia irrilevante



x assume un qualunque valore reale nella soluzione (eventuale)

y	z	
1	0	b_1
0	1	b_2
0	0	b_3

$y = b_1$
$z = b_2$

$0 \cdot y + 0 \cdot z = b_3$

se $b_3 = 0$ ok

se $b_3 \neq 0$ l'ultima equazione NON ha soluzioni

$0 = 3$

$0y + 0z = 3$

NON HA SOLUZ.

$(\quad, b_1, b_2)$

Le righe di coefficienti tutti nulli rendono il sistema INSOLUBILE se il loro termine noto è $\neq 0$.

TUTTA L'EQUAZIONE PUO' ESSERE ELIMINATA se il termine noto è NULLO.

$$\begin{cases} 2x+y=1 \\ 4x+2y=3 \end{cases}$$ mult. per 2

$\mathbb{R}^2$ (x,y)

$\Updownarrow$

(2,1)
(4,2)

$$\begin{cases} 4x+2y=2 \\ 4x+2y=3 \end{cases}$$

sottraendo le I eq.

$0x+0y=1$

$a=b$

$2a=2b$

$a=b$

$c=d$

$a-c=b-d$

$2x+y=1$

$4x+2y=2$

AL_1.1