Note Title 9/9/2020

Hp $A : X \to Y \qquad X = \langle u_1, \dots, u_n \rangle$

TS $\operatorname{Im} A \equiv A(X) = \langle A(u_1), \dots, A(u_n) \rangle$

Dim
$\forall x \in X$, siccome $X = \langle u_1, \dots, u_n \rangle$, $\exists\, \alpha_1 \dots \alpha_n :$

$$x = \sum \alpha_i u_i$$
$$\Downarrow$$
$$A(x) = A\left(\sum \alpha_i u_i\right) \underset{\text{linearità}}{=} \sum \alpha_i A(u_i) \in \langle A(u_1) \dots A(u_n) \rangle$$

$\Rightarrow$ Ogni vettore $A(x)$, cioè l'insieme dei quali al variare di $x \in X$ è l'immagine, appartiene a $\langle A(u_1) \dots A(u_n) \rangle \Rightarrow \underline{\underline{A(X) \subseteq \langle A(u_1) \dots A(u_n) \rangle}}$

D'altronde $A(u_1), A(u_2), \dots, A(u_n) \in A(X)$

Poiché $A(X)$ è un sottospazio di Y ne segue che se contiene dei vettori, contiene tutte le loro combinazioni lineari. $\Longrightarrow \langle A(u_1), \dots, A(u_n) \rangle \subseteq$

$\subseteq A(X)$