

# ESEMPI DI CALCOLO DI DETERMINANTE

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} \xrightarrow[\substack{\text{III} - \text{I} \rightarrow \text{III} \\ \text{IV} - \text{I} \rightarrow \text{IV}}]{\substack{\text{II} - 2\text{I} \rightarrow \text{II} \\ \text{primo}}} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & -3 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{vmatrix} \xrightarrow[\substack{\frac{1}{3}\text{II} \rightarrow \text{II} \\ \text{cioè}}]{=} 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{IV} - \text{II} \rightarrow \text{IV}} =$$

"portando fuori" il -3 della II riga

$$= 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \xrightarrow[\substack{\text{scegliendo} \\ 3^{\text{a}} \text{ e } 4^{\text{a}} \text{ colonne} \\ (\text{multiplic. per } -1 \text{ il} \\ \text{risultato})}]{=} -3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -3(1 \cdot (-1) \cdot 1 \cdot 1) = 3$$

Chi voglia calcolare le  $4! = 24$  moltiplicazioni, si accomodi pure! Comunque... attenzione! Se una matrice contiene diversi zeri, lo sviluppo di Laplace o le stesse definizioni possono tornare un impiego ragionevole. Ad esempio:

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \end{vmatrix} \xrightarrow[\substack{\text{Laplace rispetto} \\ \text{alla } 1^{\text{a}} \text{ colonna} \\ (\text{parecchi zeri!})}]{=} \begin{matrix} a_{11} \\ \downarrow \\ 1 \end{matrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix} - \begin{matrix} a_{41} \\ \downarrow \\ 1 \end{matrix} \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

Ora  $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix} = (1+2+0) - (2+0+0) = 3-2=1$  e

$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = (0+1+1) - (0+0+2) = 2-2=0$  da cui infine  $|A| = 1$ .

In definitiva:

"Primo di lavoro su una strada,  
assicurarsi che il cervello sia inserito!"