

Registri a.a. 2011/2012

**PLACIDO LONGO****DATI REGISTRO**

<b>modulo</b>	ALGEBRA LINEARE
<b>insegnamento</b>	ALGEBRA LINEARE E ANALISI MATEMATICA II (cod. 591AA)
<b>corso di studi</b>	IFO-L - INGEGNERIA INFORMATICA <i>Condiviso con altri corsi di laurea</i>
<b>responsabile</b>	Placido Longo
<b>docenti</b>	Placido Longo
<b>totale ore</b>	116 ore e 45 minuti ( esercitazione: 33 ore e 15 min. , lezione: 83 ore e 30 min. )

**LEZIONI**

28/02/2012	11:30	13:30	2:0 hh	lezione	Organizzazione del corso e illustrazione delle nozioni propedeutiche. Introduzione breve ai vettori geometrici e alle loro operazioni. Identificazione fra vettore e l'insieme delle coordinate del suo estremo libero. Cenni alle coordinate lagrangiane : scavatore a braccio articolato e mano. Introduzione ai sistemi di primo grado e formulazione vettoriale dei sistemi lineari.	PLACIDO LONGO
29/02/2012	11:30	13:30	2:0 hh	lezione	Introduzione all'algoritmo di Gauss di eliminazione per la risoluzione dei sistemi di primo grado. Notazione compatta. Operazioni elementari di trasformazione di un sistema avente le medesime soluzioni, o altre che differiscono da esse solo per l'ordine: permutazioni di righe, di colonne, moltiplicazione per un numero non nullo e somma membro a membro. Sistemi con righe o colonne tutte nulle, e con una riga nulla con termine noto non nullo (sistemi impossibili). Sistemi elementarmente risolubili e matrice dei coefficienti corrispondenti: sistemi risolti, diagonali, triangolari e sistemi scala: condizioni sulla diagonale per la risolubilit� e tecnica di risoluzione completa. Cenno alla strategia dell'algoritmo di eliminazione: trasformare, mediante trasformazioni elementari, il sistema dato in uno a scala.	PLACIDO LONGO
01/03/2012	10:30	12:00	1:30 hh	esercitazione	L'algoritmo di eliminazione in pratica, nei vari casi.	PLACIDO LONGO
01/03/2012	12:00	12:30	0:30 hh	lezione	Definizione astratta di sistema a scala; presentazione organica dell'algoritmo di Gauss, con i dettagli utili per il calcolo a mano.	PLACIDO LONGO
02/03/2012	10:30	12:30	2:0 hh	lezione	L'algoritmo di Gauss per la risoluzione simultanea con termini noti multipli: algoritmo di Gauss-Jordan in alternativa alla sostituzione all'indietro. Prodotto Cartesiano. Gli spazi $R_n$ e $C_n$ , zero opposto, somma, multiplo. Assiomi di spazio vettoriale: assiomi di gruppo abeliano, distributivit� e loro rilevanza per poter estendere ai vettori le tecniche di risoluzione delle equazioni note per i numeri. Definizione di combinazione lineare, span, generatori.	PLACIDO LONGO

					Definizione di sottospazio. Lo span di un numero finito di vettori è un sottospazio. I sottospazi di $\mathbb{R}^2$ e le rette per l'origine.	
03/03/2012	09:30	11:30	2:0 hh	lezione	Proprietà conseguenti agli assiomi: annullamento del prodotto. La base canonica in $\mathbb{R}^n$ : genera tutto $\mathbb{R}^n$ e smette di farlo se viene eliminato uno solo dei suoi vettori. Notazione vettoriale per i sistemi lineari e le loro soluzioni. Equazione in forma parametrica della retta. Conversione fra le forme parametrica e cartesiana (implicita). Sistemi lineari e il problema di determinare se un vettore dato appartiene allo span di un insieme di vettori dati. Il prodotto scalare sugli spazi vettoriali reali: proprietà costitutive (funzione bilineare, simmetrica, definita positiva). Il prodotto scalare canonico su $\mathbb{R}^n$ (somma dei prodotti delle coordinate omonime): verifica delle proprietà.	PLACIDO LONGO
06/03/2012	11:30	13:30	2:0 hh	lezione	Proprietà non godute dal prodotto scalare: associativa, annullamento del prodotto. Norma negli spazi euclidei. Proprietà assiomatiche delle norme. Versori: forma vettoriale della forza newtoniana. Distanza negli spazi normati. Assiomi della distanza. Sfere. Il prodotto scalare e il coseno dell'angolo formato: identità col prodotto scalare introdotto in fisica (prodotto dei moduli per il coseno dell'angolo). Proiezione di un vettore nella direzione di un altro.	PLACIDO LONGO
07/03/2012	11:30	13:30	2:0 hh	lezione	Vettori ortogonali. Teorema di Pitagora, di Carnot, identità del parallelogramma, $uv = ( u+v ^2 -  u-v ^2)/4$ . Proprietà caratteristiche della proiezione: linearità, $P^2=P$ . Teoremi sulla proiezione: ortogonalità del resto, minima distanza, la proiezione riduce la norma (disuguaglianza di Schwartz). Altra dimostrazione. Disuguaglianza triangolare. Il caso dell'uguaglianza. Sistemi ortogonali e ortonormali: la proiezione sullo span di un sistema ortogonale è la somma delle proiezioni su tutti i vettori.	PLACIDO LONGO
08/03/2012	10:30	12:30	2:0 hh	lezione	Complemento ortogonale: prova che è un sottospazio. Area di un parallelogramma o di un triangolo in $\mathbb{R}^n$ : Prima formula in funzione di norme e prodotto scalare e seconda in funzione dei determinanti $2 \times 2$ estratti. Prodotto vettore in $\mathbb{R}^3$ : definizione, modulo, proprietà caratteristiche: bilinearità, associatività e antisimmetria. La struttura euclidea in $\mathbb{C}^n$ : il prodotto hermitiano canonico in $\mathbb{C}^n$ e le sue proprietà caratteristiche: sesquilinearità, emisimmetria e positività.	PLACIDO LONGO
09/03/2012	10:30	12:30	2:0 hh	esercitazione	Proiezione di un vettore su un altro, sullo span di un sistema ortogonale, su uno span generico, in $\mathbb{R}^n$ e $\mathbb{C}^n$ . Rette parametriche per un punto, intersezioni e collisioni. Interpretazione vettoriale dell'equazione implicita della retta per l'origine. Retta normale ad una direzione per un punto dato.	PLACIDO LONGO
10/03/2012	09:30	11:30	2:0	esercitazione	intersezioni di rette: esempi di rette parametriche coincidenti, incidenti, parallele, sghembe. Bisettrice di un angolo. Ogni equazione di I grado rappresenta un piano normale al vettore dei coefficienti delle	PLACIDO

			hh		incognite. Retta di minima distanza fra due rette sghembe. Proiezioni in $R^n$ e $C^n$ su vettori e sottospazi generati da sistemi ortogonali e non. Rette cartesiane in $R^3$ e piani parametrici in $R^3$ .	LONGO
13/03/2012	11:30	13:30	2:0 hh	esercitazione	Semirette, angoli, segmenti, combinazioni lineari, convesse, coniche. Poligono convesso contenente $n$ punti. Punto medio del segmento e bisettrice di un angolo. Piani e rette parametrici e cartesiani: conversione. Piano cartesiano e parametrico per tre punti.	PLACIDO LONGO
14/03/2012	11:30	12:00	0:30 hh	esercitazione	Intersezione di piani e rette in forma parametrica e cartesiana.	PLACIDO LONGO
14/03/2012	12:00	12:30	0:30 hh	lezione	Sottospazio somma e intersezione di sottospazi dati. Somma diretta e relativa condizione necessaria e sufficiente sull'intersezione.	PLACIDO LONGO
14/03/2012	12:30	13:30	1:0 hh	esercitazione	Inclusione, uguaglianza e intersezione di sottospazi generati da un numero finito di vettori mediante l'algoritmo di Gauss.	PLACIDO LONGO
15/03/2012	10:30	12:30	2:0 hh	lezione	Un criterio di inclusione fra due sottospazi di $R^n$ o $C^n$ (è sufficiente che siano inclusi i generatori) e conseguenti aggiustamenti all'algoritmo di Gauss. Spazi vettoriali astratti di dimensione finita e infinita: $R^n$ ; $C^n$ ; lo spazio dei polinomi e quello dei polinomi di grado massimo assegnato; lo spazio delle funzioni continue su un intervallo chiuso e limitato. La norma del massimo modulo sullo spazio delle funzioni continue: verifica delle proprietà.	PLACIDO LONGO
16/03/2012	10:30	11:30	1:0 hh	esercitazione	Esempio di spazio euclideo di funzioni: il prodotto scalare $L^2$ sullo spazio delle funzioni continue su $[0, \pi]$ . Verifica delle proprietà. Il sistema ortogonale di Fourier ( $\sin ht$ , $h$ intero) e cenni alla decomposizione di Fourier e ai suoi legami con il concetto di proiezione rispetto al prodotto scalare di $L^2$ . Cenni al prodotto $L^2$ complesso ed al relativo sistema ortogonale degli esponenziali ( $e^{iht}$ , $h$ intero relativo).	PLACIDO LONGO
16/03/2012	11:30	12:30	1:0 hh	lezione	Il concetto di dipendenza lineare: definizione e caratterizzazione (dei vettori sono dipendenti se e solo se almeno uno di essi è combinazione degli altri). Esempi di vettori indipendenti: sistemi "triangolari" e "diagonali" di vettori in $R^n$ e $C^n$ , vettori mutuamente ortogonali in uno spazio euclideo. Esempi di vettori dipendenti: $(1, \sin^2 x, \cos 2x)$ , sistemi contenenti lo zero, due vettori collineari o tre complanari. Equivalenza fra l'indipendenza delle colonne di un sistema lineare e l'unicità della soluzione per ogni secondo membro per il quale il sistema sia risolubile	PLACIDO LONGO
17/03/2012	09:30	10:30	1:0 hh	esercitazione	Indipendenza lineare di potenze (con il principio d'identità dei polinomi), fratti semplici ed esponenziali complessi nei relativi spazi di funzioni continue.	PLACIDO LONGO
17/03/2012	10:30	11:30	1:0 hh	lezione	Effetti della rimozione di un elemento da un sistema di generatori: lemma fondamentale (un elemento può essere soppresso senza alterare lo span se e solo se è combinazione dei rimanenti) e lemma di scambio (un elemento non nullo di uno span può essere inserito al posto di uno dei generatori senza alterare lo	PLACIDO LONGO

					span, se scelto opportunamente). Aggiungere un vettore non appartenente allo span di un sistema indipendente ne mantiene l'indipendenza. Definizione di base. Teorema di esistenza della base.	
20/03/2012	11:30	13:30	2:0 hh	non tenuta	per concomitante assemblea studentesca	PLACIDO LONGO
21/03/2012	11:30	13:30	2:0 hh	lezione	teoremi fondamentali: massimo numero di vettori indipendenti, della dimensione, dei generatori, del completamento. Applicazioni: calcolo della dimensione di $R^n$ e $C^n$ , dello spazio dei polinomi di grado massimo fissato. Le funzioni razionali il denominatore dei quali ha tutte le radici reali e distinte ed il numeratore è di grado minore: la base alternativa dei fratti semplici.	PLACIDO LONGO
22/03/2012	10:30	12:30	2:0 hh	lezione	coordinate di un vettore rispetto ad una base: unicità. Teorema di Grassmann sui sottospazi: il caso generale e quello della somma diretta. Teoria vettoriale dei sistemi lineari: teorema di Rouchè, di Cramer, di unicità.	PLACIDO LONGO
23/03/2012	10:30	12:30	2:0 hh	lezione	Nucleo e immagine della derivata fra $C^1$ e $C^0$ . Il nucleo e l'immagine sono sottospazi. Condizione sul nucleo per l'iniettività; $\dim A(X) \leq \dim X$ . Il teorema di Grassmann per le applicazioni lineari, inclusi i casi nei quali $\dim(\text{Ker } A) = 0$ oppure $\dim A(X) = 0$ ; iniettività $\leftrightarrow \dim A(X) = \dim X$ .	PLACIDO LONGO
24/03/2012	09:30	11:30	2:0 hh	lezione	Un sottospazio di uguale dimensione coincide con tutto lo spazio. Teorema di Cramer (versione astratta): un'applicazione lineare fra spazi di uguale dimensione è suriettiva se e solo se è iniettiva. Equazioni lineari astratte: principio di sovrapposizione e struttura delle soluzioni (soluzione particolare più nucleo). Esempi: equazioni differenziali lineari a coefficienti costanti e sistemi lineari. Applicazioni lineari fra spazi euclidei $R^n$ e prodotti vari: i casi da $R$ a $R$ , da $R$ a $R^n$ , da $R^n$ a $R$ e da $R^n$ a $R^m$ . La matrice associata ad un'applicazione lineare fra $R^n$ e $R^m$ . Un esempio, nel caso di applicazioni fra spazi di dimensione finita non euclidei: la derivata sui polinomi di grado massimo 2.	PLACIDO LONGO
27/03/2012	11:30	13:30	2:0 hh	esercitazione	Applicazioni dell'algoritmo di eliminazione per la risoluzione di vari problemi concernenti indipendenza e basi e dimensione: calcolo della dimensione di uno span, estrazione di una base da uno span, matrice associata e calcolo dei generatori e del rango e del nucleo di un'applicazione lineare fra spazi euclidei.	PLACIDO LONGO
28/03/2012	11:30	13:30	2:0 hh	esercitazione	basi per il nucleo di un operatore lineare fra spazi euclidei. Completare un sistema ad una base: algoritmo di Gauss e scelta dei pivot. Esistenza e determinazione di applicazioni lineari che assumano valori dati su vettori dati. Matrice associata alla derivata fra lo span complesso di base $\sin t$ e $\cos t$ e lo span complesso di base $e^{it}$ ed $e^{-it}$ (coincidente col precedente).	PLACIDO LONGO
					Matrici. Somme e multipli scalari; matrice nulla. Vettori riga e vettori colonna. Prodotto di matrici (righe per colonne). Prodotto matrice per	

29/03/2012	10:30	12:30	2:0 hh	lezione	vettore; notazione matriciale equivalente per sistemi lineari. Proprietà associativa e distributiva; controesempio alla commutatività. Matrice identica. Struttura a blocchi se B si pensa come una riga di vettori colonna B1 B2 ... Bn il prodotto AB si può rappresentare come A (B1 B2 ... Bn)=(AB1 AB2 ... ABn) ed analoga per le righe. Matrice inversa e sistemi lineari equivalenti.	PLACIDO LONGO
30/03/2012	10:30	12:30	2:0 hh	lezione	Prodotto di matrici a blocchi. Matrice trasposta (o aggiunta) e sue proprietà: trasposta del prodotto e comportamento nei prodotti scalari. Matrici autoaggiunte; caso reale: matrici simmetriche. Invertibilità di matrici: le dimensioni degli spazi devono coincidere; matrici regolari e singolari; teorema: se una matrice è regolare anche le sue righe sono indipendenti; se una matrice ha inversa destra ha anche quella sinistra e le due inverse coincidono (inizio).	PLACIDO LONGO
31/03/2012	09:30	10:30	1:0 hh	lezione	(segue dalla lezione precedente) esistenza dell'inversa per le matrici regolari; identità fra l'inversa destra e sinistra. Alcune matrici notevoli e loro invertibilità: matrici di spostamento di una riga o una colonna e di permutazione. Cenni all'algoritmo di Gauss in forma matriciale (fattorizzazione).	PLACIDO LONGO
31/03/2012	10:30	11:30	1:0 hh	esercitazione	Esercizi vari su prodotto e trasposizione di matrici.	PLACIDO LONGO
03/04/2012	11:30	13:30	2:0 hh	lezione	Proprietà fondamentali dei determinanti, visti come funzione delle colonne: linearità rispetto ad una singola colonna, valore sulla matrice unitaria, alternanza. Determinanti di matrici con colonne uguali o con colonne dipendenti. Il determinante non varia sommando ad una colonna una combinazione delle altre. Determinante della trasposta (solo enunciato) e proprietà analoghe per le righe. Il determinante non nullo equivale all'indipendenza delle colonne. Formula risolutiva di Cramer per i sistemi non singolari. Matrici quadrate estratte e calcolo del rango come dimensione massima di una matrice estratta non singolare.	PLACIDO LONGO
04/04/2012	11:30	13:00	1:30 hh	lezione	Sviluppo di Laplace secondo gli elementi di una riga o di una colonna (solo enunciato): complementi algebrici. Espressione della matrice inversa con i complementi algebrici. Valutazione della complessità di calcolo del determinante per ricorsione con la regola di Laplace. Segno di una permutazione e definizione del determinante. Calcolo veloce dei determinanti 2x2 e 3x3. Teorema di Binet sul determinante del prodotto (senza dimostrazione). Determinanti di matrici a blocchi diagonali (senza dimostrazione). Determinanti di matrici diagonali e triangolari: calcolo del determinante mediante l'algoritmo di Gauss.	PLACIDO LONGO
04/04/2012	13:00	13:30	0:30 hh	esercitazione	calcolo di determinanti coi vari metodi ed di inverse coi complementi.	PLACIDO LONGO
					Matrice associata ad un cambio di base ed a quello inverso. Formule di trasformazione delle coordinate relative a due basi in funzione della	

12/04/2012	10:30	12:30	2:0 hh	lezione	matrice di cambio di base. Formula di trasformazione della matrice associata ad un'applicazione lineare e a due basi assegnate al variare di tali basi, in termini delle relative matrici di cambio di base. Il caso di un'applicazione lineare da uno spazio in sè, rispetto alla stessa base. Operatore da uno spazio in sè diagonale rispetto ad una base. Operatore diagonalizzabile da uno spazio in sè. Autovalori, autovettori, autospazio relativo ad un autovalore, spettro. Gli autospazi sono sottospazi.	PLACIDO LONGO
13/04/2012	10:30	12:30	2:0 hh	lezione	Condizione necessaria e sufficiente per la diagonalizzabilità: esistenza di basi spettrali. Esempi di operatori lineari diagonalizzabili su $\mathbb{C}$ ma non su $\mathbb{R}$ , e di operatori non diagonalizzabili su $\mathbb{C}$ . Esempi di calcolo esplicito di autovettori. Indipendenza di autovettori in autospazi distinti (le somme di autospazi sono dirette). Teorema di esistenza degli autovettori per gli spazi complessi di dimensione finita non nulla (teorema degli spazi invarianti). Equazione e polinomio caratteristico.	PLACIDO LONGO
14/04/2012	09:30	11:30	2:0 hh	lezione	Invarianza del polinomio caratteristico per cambio di base. Se una matrice è diagonalizzabile il suo determinante è il prodotto degli autovalori. Il teorema fondamentale dell'Algebra, di Gauss (solo enunciato): esistenza di radici e della fattorizzazione in fattori di primo grado in $\mathbb{C}$ per ogni polinomio complesso di grado non nullo. La dimensione dell'autospazio relativo ad un autovalore è non maggiore della molteplicità dell'autovalore come radice del polinomio caratteristico. Operatori autoaggiunti in uno spazio euclideo complesso: lo spettro è reale; il complemento ortogonale di un autovettore è invariante; autovettori in autospazi distinti sono ortogonali.	PLACIDO LONGO
17/04/2012	11:30	13:30	2:0 hh	lezione	teorema spettrale per operatori autoaggiunti in uno spazio complesso di dimensione finita. Condizione necessaria e sufficiente sulla matrice associata ad una qualunque base ortonormale perche' un operatore sia autoaggiunto; la condizione nel caso di matrici reali: simmetria. Parte reale e immaginaria di un vettore di $\mathbb{C}^n$ . Condizioni sulla parte reale e immaginaria di un vettore complesso ortogonale ad uno reale. Esistenza di autovettori reali per operatori autoaggiunti su $\mathbb{C}^n$ . Il teorema di esistenza di una base spettrale ortonormale e reale per una matrice simmetrica reale.	PLACIDO LONGO
18/04/2012	11:30	13:30	2:0 hh	lezione	Riepilogo e confronto delle due versioni del teorema spettrale per operatori autoaggiunti complessi e reali (simmetrici). Il problema del segno delle forme quadratiche: il caso diagonale. Forme bilineari e quadratiche astratte. Esistenza ed unicità della forma bilineare simmetrica associata ad una forma quadratica arbitraria. Forme bilineari su uno spazio euclideo reale: matrice associata. Operatore lineare associato ad una forma bilineare e ad una base ortonormale, definito dalla stessa matrice. Diagonalizzabilità della forma e dell'operatore associato: studio del	PLACIDO LONGO

					segno della forma a partire da quello degli autovalori dell'operatore definito dalla stessa matrice.	
19/04/2012	10:30	11:30	1:0 hh	esercitazione	esempi di: studio del segno e classificazione delle forme quadratiche su $R^n$ : definite positive, definite negative, semidefinite positive, semidefinite negative, indefinite, a partire dallo studio del segno degli autovalori della matrice simmetrica associata, senza calcolarli: regola dei segni di Cartesio applicata al polinomio caratteristico in ognuno dei cinque casi e il metodo alternativo: applicazione del teorema di Sylvester e dell'algoritmo di Gauss-Jordan in modo da preservare la simmetria, applicando alle colonne le stesse operazioni applicate alle righe;	PLACIDO LONGO
19/04/2012	11:30	12:30	1:0 hh	esercitazione	esempi di: diagonalizzabilità su $R$ (riducibilità a forma di diagonale reale) come conseguenza immediata della simmetria nel caso reale o del fatto che la matrice è autoaggiunta in quello complesso; diagonalizzabilità di matrici con autovalori tutti semplici; diagonalizzabilità come conseguenza dell'uguaglianza della dimensione dell'autospazio e della molteplicità algebrica di un autovalore multiplo. FINE CORSO DI ALGEBRA LINEARE	PLACIDO LONGO
20/04/2012	10:30	12:30	2:0 hh	lezione	punti interni, esterni, di frontiera. Punti isolati e punti d'accumulazione. Esempi. Insiemi aperti, chiusi, né aperti né chiusi, limitati, convessi. Stima della norma con i moduli delle componenti. Successioni convergenti.	PLACIDO LONGO
21/04/2012	09:30	11:30	2:0 hh	lezione	successioni divergenti e divergenza della norma. Successioni oscillanti. I punti d'accumulazione sono limiti di successioni di punti distinti dell'insieme. Chiusura di un insieme. Continuità di funzioni da $R^n$ a $R^m$ : il caso particolare delle curve e delle superficie parametriche. Il limite finito in un punto di funzioni vettoriali. Esempi di teoremi noti per le funzioni scalari che si stendono immediatamente a quelle vettoriali: il teorema della permanenza del segno per le funzioni continue scalari di variabile vettoriale; il limite della somma di due funzioni vettoriali convergenti.	PLACIDO LONGO
24/04/2012	11:30	13:30	2:0 hh	lezione	Il cambio di variabile nel calcolo dei limiti: contreesempio nel caso generale e condizioni di validità: funzione esterna continua o non definita (solo enunciato). Continuità di funzioni composte. Insiemi connessi (per archi) e teorema di esistenza degli zeri per le funzioni continue sui connessi. Teorema di Weierstrass sull'esistenza dei punti estremi per le funzioni continue sui chiusi limitati(enunciato): definizione di compatto come chiuso e limitato. Funzioni scalari e vettoriali divergenti, al finito e all'infinito. Funzioni oscillanti. Esempio di polinomio reale oscillante all'infinito $p(x,y)=x$ .	PLACIDO LONGO
26/04/2012	10:30	12:30	2:0 hh	lezione	divergenza dei polinomi complessi non costanti all'infinito. Calcolo di alcuni limiti accessori. Il problema delle funzioni implicite e il teorema di Ulisse Dini in ipotesi di continuità globale e di stretta monotonia rispetto ad una variabile.	PLACIDO LONGO

					Esame dettagliato per $f(x,y)=x^2+y^2-1$ . Le funzioni continue divergenti all'infinito hanno minimo globale.	
27/04/2012	10:30	12:30	2:0 hh	lezione	teorema fondamentale dell'algebra (di Gauss): ogni polinomio complesso non costante ha zeri complessi. Derivate direzionali e parziali: definizione, calcolo e notazione. Punti estremi: massimi e minimi locali e globali. Teorema di Fermat sull'annullarsi delle derivate direzionali in ogni punto di estremo locale interno nel quale esse esistano.	PLACIDO LONGO
28/04/2012	09:30	11:30	2:0 hh	lezione	Condizione necessaria per un estremo locale interno. Esempi di funzioni che hanno derivate parziali ma non le altre derivate direzionali. Esempio di funzione discontinua in (0,0) le cui derivate in ogni direzione sono nulle in (0,0). Funzioni (positivamente) omogenee. Continuità delle proiezioni su un asse coordinato, delle funzioni lineari e dei polinomi. Le funzioni 0-omogenee in (0,0) non costanti non convergono. Differenziale. Unicità del differenziale. Le funzioni differenziabili sono continue.	PLACIDO LONGO
02/05/2012	11:30	13:30	2:0 hh	lezione	Legame fra derivata direzionale di una funzione differenziabile e differenziale. La struttura (formula) del differenziale, scalare e vettoriale (prodotto scalare del gradiente per l'incremento) per le funzioni scalari di variabili vettoriali. Differenziali delle funzioni lineari: il caso particolare delle proiezioni della variabile vettoriale sugli assi coordinati e formula classica del differenziale ( $dF = \text{somma } F_{x_i} dx_i$ ). Struttura del differenziale per funzioni scalari e vettoriali di variabili scalari: differenziabilità ed esistenza della derivata. Struttura del differenziale per funzioni vettoriali di variabile vettoriale: la matrice jacobiana.	PLACIDO LONGO
03/05/2012	10:30	12:30	2:0 hh	non tenuta	assemblea per campagna elettorale studentesca	PLACIDO LONGO
04/05/2012	10:30	12:30	2:0 hh	non tenuta	attività di campagna elettorale studentesca	PLACIDO LONGO
05/05/2012	09:30	11:30	2:0 hh	lezione	Applicazione del teorema sul differenziale delle funzioni composte al calcolo delle derivate di composizioni di funzioni: il teorema classico per le funzioni di una variabile ed il caso della composizione di una funzione di $n$ variabili con una curva in $R^n$ . Differenziabilità di funzioni di classe $C^1$ ("teorema del differenziale totale"). Equazione delle curve di livello. Esempi di studi di differenziabilità di funzioni di più variabili.	PLACIDO LONGO
05/05/2012	11:30	12:45	0:45 hh	esercitazione	Esempi vari di studi di differenziabilità.	PLACIDO LONGO
08/05/2012	11:30	13:30	2:0 hh	lezione	direzione di massima pendenza per una funzione differenziabile. Funzioni tangenti in un punto. Piano tangente e vettore normale al grafico di una funzione differenziabile. Derivate successive. Teorema di Schwarz (solo enunciato). Formula di Taylor (solo enunciato). Esempi.	PLACIDO LONGO
					Riepilogo delle due forme del polinomio di Taylor ("estesa" e "ridotta") e del resto (di tipo	

09/05/2012	11:30	13:30	2:0 hh	lezione	"Peano" e "Lagrange"), con esempi. Applicazioni: condizioni sufficienti per un estremo locale e per un punto di sella: segno degli autovalori della matrice hessiana e caso dell'hessiana definita o indefinita; Il caso delle hessiane semidefinite: contresempi; il teorema sulle funzioni implicite (Dini), nel caso delle funzioni di classe C1: formula della derivata della funzione esplicita.	PLACIDO LONGO
10/05/2012	10:30	12:30	2:0 hh	lezione	Introduzione ai massimi e minimi vincolati: rappresentazione cartesiana e parametrica del vincolo. Il vincolo in forma implicita: il moltiplicatore di Lagrange nel caso di una funzione di due variabili e di un unico vincolo del tipo $g(x,y)=0$ . Un esempio. Il caso generale: i moltiplicatori di Lagrange nel caso dei vincoli espressi da più equazioni (solo enunciato). Cenno al significato fisico dei moltiplicatori e reazioni vincolari. Il teorema delle funzioni implicite nel caso dei sistemi di più equazioni: condizione sullo jacobiano (solo enunciato). Teorema di invertibilità locale (solo enunciato). Introduzione al problema delle primitive: funzioni con derivate identicamente nulle e contresempi nel caso di insiemi sconnessi.	PLACIDO LONGO
11/05/2012	10:30	12:30	2:0 hh	lezione	Le funzioni con gradiente identicamente nullo su un aperto connesso sono costanti. Campi vettoriali e forme differenziali lineari di classe $C_k$ : campo associato ad una forma. Le due forme del problema della primitiva: campi integrabili o potenziali e forme integrabili o esatte. Esempio di campo integrabile. Integrale di un campo su una curva continua. Condizione necessaria di integrabilità: indipendenza dell'integrale dal cammino e differenza di potenziale.	PLACIDO LONGO
12/05/2012	09:30	11:30	2:0 hh	lezione	La condizione di integrabilità sulle curve chiuse. La condizione necessaria di integrabilità di campi e forme $C^1$ , sulle derivate delle componenti (condizione del rotore). Campi irrotazionali e forme chiuse. Esempio di campo irrotazionale non integrabile. Congiunzione di curve e additività dell'integrale. Cammini opposti. La condizione necessaria e sufficiente di integrabilità per campi $C^0$ : l'invarianza rispetto al cammino (teorema di Torricelli in più variabili). Costruzione della primitiva per integrazione su cammini particolari: segmenti, spezzate con lati paralleli agli assi.	PLACIDO LONGO
15/05/2012	11:30	13:30	2:0 hh	lezione	invarianza dell'integrale di un campo per cambio dei parametri. Condizione necessaria e sufficiente di integrabilità sull'integrale del campo sulle curve chiuse. Omotopia o deformazione di curve aventi gli stessi estremi o di curve chiuse. Invarianza per omotopia dell'integrale di un campo irrotazionale. Insiemi semplicemente connessi e integrabilità dei campi irrotazionali sugli insiemi semplicemente connessi. Gli insiemi convessi e gli insiemi stella sono semplicemente connessi. Calcolo del potenziale locale del campo irrotazionale, non (globalmente) integrabile sul proprio dominio massimale, $(y/(x^2+y^2), -x/(x^2+y^2))$ sul piano tagliato lungo una semiretta uscente	PLACIDO LONGO

					dall'origine (inizio).	
16/05/2012	11:30	13:30	2:0 hh	lezione	Prolungamento di potenziali locali. Un esempio: potenziale di un campo irrotazionale non integrabile sul suo dominio in un piano tagliato. Il "differenziale dell'angolo": significato geometrico del potenziale locale del campo $(y/(x^2+y^2), -x/(x^2+y^2))$ . Discussione qualitativa sull'integrabilità dei campi irrotazionali sul complementare di un numero finito dei punti: la condizione di integrabilità basata sull'esistenza di integrali tutti nulli estesi a curve che circondano ciascuna singolarità.	PLACIDO LONGO
17/05/2012	10:30	12:30	2:0 hh	lezione	lunghezza delle poligonali inscritte in una curva parametrica e rettificabilità: lunghezza della curva rettificabile. Esempio di una curva di classe $C^0$ non rettificabile. Vettore e retta tangente. Il problema della rappresentazione cartesiana delle curve parametriche: eliminazione del parametro. Esempio di curva regolare che non è, nell'intorno di un punto del suo sostegno, grafico di una funzione derivabile. Curve regolari (derivata mai nulla) e rappresentazione cartesiana. Esempio di curva regolare.	PLACIDO LONGO
18/05/2012	10:30	12:30	2:0 hh	lezione	L'integrale per funzioni vettoriali. Contreesempio alla proprietà della media (elica cilindrica). Stima della norma dell'integrale con l'integrale della norma. Teorema di rettificabilità delle curve $C^1$ . Formula della lunghezza di curve $C^1$ (o $C^1$ a tratti): solo enunciato. Ascissa curvilinea. Integrale curvilineo di una funzione definita sul sostegno di una curva $C^1$ . Invarianza della lunghezza e dell'integrale curvilineo per cambio (s.trettamente monotono) della scala del parametro. L'equazione differenziale del cambio di scala che rende il modulo della velocità costante	PLACIDO LONGO
19/05/2012	09:30	11:30	2:0 hh	lezione	lunghezza di curve in coordinate polari piane. Elementi della teoria della misura e dell'integrazione secondo Lebesgue: misura di intervalli, plurintervalli, aperti, chiusi; misura esterna ed interna di un insieme arbitrario: misurabilità e misura di Lebesgue di un insieme limitato; proprietà: monotonia, additività numerabile su insiemi disgiunti, subadditività numerabile, continuità verso l'alto e verso il basso. Numerabilità e misura dei razionali.	PLACIDO LONGO
22/05/2012	11:30	13:30	2:0 hh	lezione	misura di insiemi non limitati. Integrabilità secondo Lebesgue di funzioni limitate su insiemi di misura finita, di funzioni positive su insiemi di misura finita, di funzioni positive su insiemi arbitrari. Parte positiva e negativa: integrabilità di funzioni di segno variabile e integrabilità del modulo. Proprietà dell'integrale: linearità, additività e positività. Funzioni misurabili e teorema di integrabilità delle funzioni misurabili e limitate su insiemi misurabili di misura finita. I teoremi di Beppo Levi e di Lebesgue di passaggio al limite sotto il segno d'integrale. Derivazione sotto il segno d'integrale. Teoremi di Fubini e Tonelli sugli integrali iterati.	PLACIDO LONGO
23/05/2012	11:30	13:30	2:0	esercitazione	Calcolo degli integrali doppi: decomposizione in domini normali e cambio di variabile. Il caso	PLACIDO

			hh		delle coordinate polari piane.	LONGO
24/05/2012	10:30	12:30	2:0 hh	esercitazione	Piano tangente al grafico. Superficie parametriche: vettori tangenti, vettore normale, piano tangente in forma parametrica e cartesiana, formula dell'area. Rappresentazione parametrica della sfera e calcolo del vettore normale e dell'area.	PLACIDO LONGO
25/05/2012	10:30	12:30	2:0 hh	esercitazione	lunghezze di grafici cartesiani; integrali curvilinei di funzioni su curve parametriche; limiti, derivabilità e differenziabilità di funzioni di più variabili; punti critici di funzioni di più variabili; piani tangenti a superficie parametriche (in forma cartesiana implicita e parametrica); aree di superficie cartesiane (grafici di funzioni);	PLACIDO LONGO
26/05/2012	09:30	11:30	2:0 hh	esercitazione	limiti, continuità, derivabilità e differenziabilità di funzioni; integrali di forme chiuse calcolati per invarianza omotopica; integrali doppi e misura di insiemi; determinazione di tutti i potenziali di un campo dato su insiemi sconnessi; integrazione diretta del sistema del gradiente; elemento di linea per le coordinate cilindriche e sferiche; studio rapido del segno degli autovalori di una forma quadratica su $R^2$ mediante la traccia ed il determinante della matrice simmetrica associata alla forma.	PLACIDO LONGO
29/05/2012	09:30	12:30	3:0 hh	esercitazione	esercizi di riepilogo sul programma di algebra lineare.	PLACIDO LONGO
30/05/2012	14:30	17:30	3:0 hh	esercitazione	esercizi sull'intero programma del corso.	PLACIDO LONGO

hh = ore accademiche

#### DETTAGLIO SUDDIVISIONE ORE

docente	ore effettuate	tipo didattica
PLACIDO LONGO	33 ore e 15 min.	esercitazione
PLACIDO LONGO	83 ore e 30 min.	lezione

#### CONDIVISIONI E MUTUAZIONI CON ALTRI CORSI DI LAUREA

Tipo	Corso di laurea	Insegnamento
Condivisione	IEL-L INGEGNERIA ELETTRONICA	ALGEBRA LINEARE E ANALISI MATEMATICA II Cod. 591AA
Condivisione	IGE-L INGEGNERIA GESTIONALE	ALGEBRA LINEARE E ANALISI MATEMATICA II Cod. 591AA
Condivisione	ITC-L INGEGNERIA DELLE TELECOMUNICAZIONI	ALGEBRA LINEARE E ANALISI MATEMATICA II Cod. 591AA