
Test Telematico di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 22/09/2020



- 1)** Determinare l'espressione dell'errore relativo nel calcolo della funzione

$$f(x, y) = \frac{x - y}{x y}$$

- 2)** La matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \alpha & 1 & \beta \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

è la matrice dei coefficienti di un sistema lineare.

Per quali valori reali di α e β risulta convergente il metodo di Jacobi?

Per quali valori reali di α e β risulta convergente il metodo di Gauss-Seidel?

- 3)** È data la funzione

$$\phi(x) = \frac{e^x}{5}.$$

Indicare intervalli di separazione dei punti fissi della funzione $\phi(x)$.

- 4)** Si vuole approssimare il valore dell'integrale

$$I(\sqrt{x} f) = \int_0^1 \sqrt{x} f(x) dx$$

utilizzando la formula

$$J_1(f) = a_0 f(0) + a_1 f(1).$$

Determinare i pesi a_0 e a_1 in modo da ottenere la formula con massimo grado di precisione. Indicare il grado di precisione ottenuto.

SOLUZIONE

- 1)** Seguendo l'algoritmo $r_1 = x - y$, $r_2 = xy$, $r_3 = r_1/r_2$ si ha

$$\epsilon_f = \epsilon_{r_3} = \epsilon_1 - \epsilon_2 + \epsilon_3 + \frac{y}{x-y}\epsilon_x - \frac{x}{x-y}\epsilon_y$$

- 2)** Risultano

$$H_J = - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \alpha & 0 & \beta \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad H_{GS} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\beta \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

I due metodi risultano convergenti per ogni coppia di valori $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ essendo $\rho(H_J) = \rho(H_{GS}) = 0$.

- 3)** I punti fissi della funzione $\phi(x)$ sono le soluzioni dell'equazione

$$x = \frac{e^x}{5}.$$

Con una semplice separazione grafica si evidenzia che si hanno due punti fissi

$$\alpha_1 \in]0, 1[, \quad \alpha_2 \in]2, 3[$$

- 4)** Imponendo che la formula di quadratura proposta risulti esatta per $f(x) = 1$, x si ha

$$a_0 = \frac{4}{15}, \quad a_1 = \frac{2}{5}.$$

La formula non risulta esatta per $f(x) = x^2$ per cui il grado di precisione è $m = 1$.