

---

# Test Telematico di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 22/09/2020

---



- 1) Determinare l'espressione dell'errore relativo nel calcolo della funzione

$$f(x, y) = \frac{x - y}{x y}$$

- 2) La matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \alpha & 1 & \beta \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

è la matrice dei coefficienti di un sistema lineare.

Per quali valori reali di  $\alpha$  e  $\beta$  risulta convergente il metodo di Jacobi?

Per quali valori reali di  $\alpha$  e  $\beta$  risulta convergente il metodo di Gauss-Seidel?

- 3) È data la funzione

$$\phi(x) = \frac{e^x}{5}.$$

Indicare intervalli di separazione dei punti fissi della funzione  $\phi(x)$ .

- 4) Si vuole approssimare il valore dell'integrale

$$I(\sqrt{x}f) = \int_0^1 \sqrt{x} f(x) dx$$

utilizzando la formula

$$J_1(f) = a_0 f(0) + a_1 f(1).$$

Determinare i pesi  $a_0$  e  $a_1$  in modo da ottenere la formula con massimo grado di precisione. Indicare il grado di precisione ottenuto.

# SOLUZIONE

- 1) Seguendo l'algoritmo  $r_1 = x - y$ ,  $r_2 = xy$ ,  $r_3 = r_1/r_2$  si ha

$$\epsilon_f = \epsilon_{r_3} = \epsilon_1 - \epsilon_2 + \epsilon_3 + \frac{y}{x-y}\epsilon_x - \frac{x}{x-y}\epsilon_y$$

- 2) Risultano

$$H_J = - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \alpha & 0 & \beta \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad H_{GS} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\beta \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

I due metodi risultano convergenti per ogni coppia di valori  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  essendo  $\rho(H_J) = \rho(H_{GS}) = 0$ .

- 3) I punti fissi della funzione  $\phi(x)$  sono le soluzioni dell'equazione

$$x = \frac{e^x}{5}.$$

Con una semplice separazione grafica si evidenzia che si hanno due punti fissi

$$\alpha_1 \in ]0, 1[, \quad \alpha_2 \in ]2, 3[$$

- 4) Imponendo che la formula di quadratura proposta risulti esatta per  $f(x) = 1, x$  si ha

$$a_0 = \frac{4}{15}, \quad a_1 = \frac{2}{5}.$$

La formula non risulta esatta per  $f(x) = x^2$  per cui il grado di precisione è  $m = 1$ .