Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 17/09/2018

COGNOME .... NOME ....

MATRICOLA...

Risposte

1)

2)

3)

4)

5)

N.B. Le risposte devono essere giustificate e tutto deve essere scritto a penna con la massima chiarezza.

Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 17/09/2018

1) Si determini l'errore relativo nel calcolo della funzione

$$f(x, y) = \frac{x - y}{y^2} \, .$$

2) È data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & 5 \\ 0 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \, .$$

La matrice A risulta riducibile?
Nel caso di risposta affermativa, indicare una matrice di permutazione che la riduce.

3) Data l'equazione

$$\log |x| - x = 0 \, ,$$

indicare il numero delle soluzioni reali e, per ciascuna di esse, individuare un intervallo di separazione.

4) Data la funzione

$$f(x) = x^2 - 6x + 2 \, ,$$

calcolare il polinomio di interpolazione $P_1(x)$ relativo ai punti $x_0 = 0$ e $x_1 = 2$.
Calcolare $\max_{x \in [0,2]} |f(x) - P_1(x)|$.

5) Per approssimare l'integrale $I = \int_1^2 x f(x) dx$ si utilizza la formula

$$J_2(f) = a f(1) + f(x_0) \, .$$

Determinare il peso a ed il nodo x_0 in modo da ottenere il massimo grado di precisione. Indicare il grado di precisione raggiunto.

Soluzione

1) Considerando l'algoritmo

$$r_1 = x - y\,, \quad r_2 = y^2\,, \quad r_3 = \frac{r_1}{r_2}\,,$$

si ottiene l'espressione dell'errore relativo

$$\epsilon_f = \epsilon_1 - \epsilon_2 + \epsilon_3 + \frac{x}{x-y}\epsilon_x - \frac{2x-y}{x-y}\epsilon_y\,.$$

2) La matrice A risulta riducibile ed una matrice di permutazione che la riduce è $P = (e^{(2)}|e^{(3)}|e^{(4)}|e^{(1)})$.

3) Da una semplice separazione grafica si deduce che l'equazione data ha una sola soluzione reale $\alpha \in]-1, 0[$.

4) Risulta $P_1(x) = -4x + 2$ ed il massimo cercato è uguale a 1.

5) Imponendo che la formula risulti esatta per $f(x) = 1, x$ si ha $a = 1/2$ e $x_0 = 11/6$. La formula così ottenuta non risulta esatta per $f(x) = x^2$ per cui il massimo grado di precisione raggiungibile è $m = 1$.