Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 23/09/2017

COGNOME .... NOME ....

MATRICOLA...

Risposte

1)

2)

3)

4)

5)

N.B. Le risposte devono essere giustificate e tutto deve essere scritto a penna con la massima chiarezza.

Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 23/09/2017

1) Si consideri l'insieme dei numeri di macchina dato da $\mathcal{F}(10, 2, -2, 2)$.
Dati i numeri $a = 11.52$, $b = 0.01$ e $c = 9.27$ se ne dia la loro rappresentazione $rd(a)$, $rd(b)$ e $rd(c)$ in $\mathcal{F}$.
Infine, calcolare $rd(x) = rd(a) * rd(b)$ e $rd(y) = rd(a) * rd(c)$.

2) La matrice

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & -12 \end{pmatrix}$$

è diagonalizzabile?

3) L'equazione $e^{-x} - 2x^2 + 3x + 4 = 0$ ha una soluzione $\alpha \in [2, 3]$.
Per la approssimazione di α, determinare un valore iniziale che consente la convergenza del metodo di Newton.

4) La funzione $f(x) = x^4 - x^3 - x^2 + 2x - 2$ assume i valori

x	0	1	−1	2	−2	3	−3
$f(x)$	−2	−1	−3	6	14	49	91

.

Calcolare il polinomio che interpola i valori dati.

5) È dato l'integrale $I(f) = \int_0^1 e^{\sin(x)}\, dx$.
Se si vuole approssimare l'integrale con massimo errore assoluto E tale risulti che $|E| < 10^{-2}$. Con quanti intervalli si deve applicare la formula generalizzata dei trapezi?

Soluzione

1) Si ha

$$rd(a) = 0.12 \times 10^2, \quad rd(b) = 0.1 \times 10^{-1}, \quad rd(c) = 0.93 \times 10^1.$$

Inoltre

$$x = 0.12\,, \quad y = OVERFLOW.$$

2) Si applica Gershgorin e si trovano tre cerchi due a due disgiunti per cui, dal secondo teorema di Gershgorin, gli autovalori della matrice sono due a due distinti e quindi A risulta diagonalizzabile.

3) Posto $f(x) = e^{-x} - 2x^2 + 3x + 4$, sull'intervallo dato, risultano $f'(x) < 0$ e $f''(x) < 0$ per cui un punto iniziale che rende convergente il metodo di Newton è $x_0 = 3$.

4) Il polinomio cercato è la funzione $f(x)$ che ha grado inferiore a 6 (7 sono i valori assegnati) tenendo conto dell'unicità del polinomio di interpolazione.

5) L'errore commesso nella applicazione della formula dei trapezi è $E = -\frac{(b-a)^3}{12n^2} f''(\theta)$. Essendo $f''(x) = e^{\sin(x)}(\cos^2(x) - \sin(x))$, si ha (grossolanamente) $|f''(x)| < 2e$. Tenuto conto del contributo dell'errore trasmesso dai dati, imponendo $|E| = \frac{1}{12n^2} 2e < \frac{1}{2} 10^{-2}$, si ottiene $n \geq 10$.