# Test di Calcolo Numerico

**Ingegneria Informatica   21/07/2022**

COGNOME ........................   NOME ........................

MATRICOLA...

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |

## Risposte

1)

2)

3)

4)

**N.B.** Le risposte devono essere giustificate e tutto deve essere scritto a penna con la massima chiarezza.

# Test di Calcolo Numerico

**Ingegneria Informatica 21/07/2022**

**1)** Si vuole calcolare la funzione

$$f(x,y) = \frac{y^2}{x}$$

in un punto $P_0 \in [-2,-1] \times [2,3]$.
Per avere un errore assoluto $|\delta_f| \leq 10^{-2}$, quali limitazioni devono soddisfare l'errore assoluto algoritmico $|\delta_a|$ e gli errori assoluti $|\delta_x|$ e $|\delta_y|$?

**2)** È data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 6 & 1 \end{pmatrix} .$$

Calcolare il polinomio caratteristico della matrice $A^3$.

**3)** È data la tabella di valori

| $x$ | 0 | 1 | $\alpha$ | 2 |
|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $2\alpha$ | 2 | $-4$ | 8 |

$, \quad \alpha \in \mathbb{R}$ .

Calcolare i valori reali di $\alpha$ per i quali il polinomio di interpolazione risulta di grado minimo.

**4)** Si ha

$$\int_0^1 x^2 \, f(x) \, dx \; = \; \frac{1}{12} \, f(0) + \frac{1}{4} f(1) + E_1(f) \, .$$

Se l'errore risulta esprimibile come $E_1(f) = K \, f^{(s)}(\xi)$, determinare i valori di $K$ e $s$.

# Soluzione

**1)** Si pongono $|\delta_a| < \frac{1}{2}10^{-2}$ e $|\delta_d| < \frac{1}{2}10^{-2}$.
Risultano $A_x = 9$ e $A_y = 6$ per cui $|\delta_x| < 10^{-4}$ e $|\delta_y| < 10^{-4}$.
Quindi, per rientrare nella limitazione richiesta, basta introdurre $x$ e $y$ troncati alla quarta cifra decimale e arrotondare il risultato dell'operazione alla seconda cifra decimale.

**2)** Gli autovalori di $A$ sono $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$, $\lambda_3 = 5$ per cui gli autovalori della matrice $A^3$ sono

$$\mu_1 = \mu_2 = 1, \qquad \mu_3 = 125\,.$$

Segue che il polinomio caratteristico della matrice $A^3$ è

$$-(x-1)^2(x-125)\,.$$

**3)** Si imposta il quadro delle differenze divise ottenendo

| $x$ | $f(x)$ | $DD1$ | $DD2$ |
|---|---|---|---|
| $1$ | $2$ | | |
| $2$ | $8$ | $6$ | |
| $0$ | $2\alpha$ | $2-2\alpha$ | $\alpha+2$ |
| $\alpha$ | $-4$ | $\frac{6}{1-\alpha}$ | $\frac{6\alpha}{(1-\alpha)(\alpha-2)}$ |

.

L'ultima colonna risulta costante se $\alpha$ è soluzione dell'equazione

$$\alpha^3 - \alpha^2 + 2\alpha + 4 \;=\; 0\,.$$

Si ha quindi che il grado del polinomio risulta minimo (grado 2) se

$$\alpha = -1\,.$$

**4)** La formula di quadratura proposta ha grado di precisione $m = 1$ per cui risulta $s = 2$.
Essendo $E_1(x^2) = \frac{1}{5} - \frac{1}{4} = -\frac{1}{20}$, si ottiene $K = -\frac{1}{40}$.