
Test Telematico di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 27/07/2020



- 1)** Si vuole calcolare la funzione

$$f(x, y) = \frac{x}{x + y}$$

in un punto $P_0 \in D = [0, 1] \times [1, 2]$. Si suppone di arrotondare il risultato alla 2^a cifra decimale e di introdurre i valori x e y con errori $|\delta_x| \leq 10^{-2}$ e $|\delta_y| \leq 10^{-3}$.

Quale è il massimo di $|\delta_f|$?

- 2)** Verificare se la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 & 0 \\ 5 & -1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

risulta riducibile indicando, se è il caso, una matrice di permutazione che la riduce.

- 3)** È data la funzione $f(x) = x^3 - x + 1$.

Calcolare il polinomio $P_1(x)$ di interpolazione relativo ai punti $x_0 = 0$ e $x_1 = 2$. Posto $E_1(x) = f(x) - P_1(x)$, determinare

$$\max_{x \in [0, 2]} |E_1(x)| .$$

- 4)** Si vuole approssimare il valore dell'integrale $\int_0^1 e^{x^2} dx$ utilizzando la formula dei trapezi commettendo un massimo errore $|E| < 10^{-2}$.

Quanti sottointervalli sono necessari?

SOLUZIONE

- 1)** Risultano $|\delta_a| \leq \frac{1}{2}10^{-2}$, $A_x = 2$ e $A_y = 1$. Segue

$$|\delta_f| \leq \frac{1}{2}10^{-2} + 2 \cdot 10^{-2} + 10^{-3} = 2.6 \cdot 10^{-2},$$

- 2)** Dallo studio del grafo orientato si deduce che la matrice A risulta riducibile ed una matrice di permutazione che la riduce è

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- 3)** Il polinomio $P_1(x)$ risulta (banalmente) $P_1(x) = 3x + 1$. Da questo segue $E_1(x) = x^3 - 4x$. Dallo studio della derivata prima si ottiene che $\max_{x \in [0,2]} |E_1(x)|$ si ottiene per $x = \frac{2}{3}\sqrt{3}$ per cui

$$\max_{x \in [0,2]} |E_1(x)| = \frac{16}{9}\sqrt{3}.$$

- 4)** Imponendo che l'errore commesso con la formula dei trapezi sia minore (in valore assoluto) di $\frac{1}{2}10^{-2}$ e tenendo conto che $\sup_{x \in [0,1]} |f''(x)| = 6$ e si ottiene

$$\frac{(b-a)^3}{12K^2} 6e \leq \frac{1}{2}10^{-2} \implies K \geq 17.$$