
Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 22/07/2019



COGNOME NOME

MATRICOLA...

--	--	--	--	--	--

RISPOSTE

1)

--

2)

--

3)

--

4)

--

5)

--

N.B. Le risposte devono essere giustificate e tutto deve essere scritto a penna con la massima chiarezza.

Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 22/07/2019



- 1) Si vuole calcolare la funzione

$$f(x, y) = x \cdot y$$

in un punto $P_0 \in D = [-2, -1] \times [1, 3]$.

Si suppone di commettere un errore algoritmico $|\delta_a| \leq 10^{-3}$ e di introdurre i valori x e y con errori $|\delta_x| \leq 10^{-3}$ e $|\delta_y| \leq 10^{-3}$.

Quale è il massimo errore assoluto $|\delta_f|$?

- 2) Calcolare la fattorizzazione LR della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 \\ -2 & -1 & 0 & -1 \\ -2 & -1 & -1 & -1 \\ -2 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

- 3) L'equazione

$$e^{-x} - x^2 + 4x - 3 = 0$$

ha una soluzione $\alpha \in [-4, -3]$. Indicare un punto iniziale x_0 a partire dal quale il metodo di Newton risulta convergente.

- 4) Risolvere nel senso dei minimi quadrati il sistema lineare sovradeterminato

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -2 \\ 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

- 5) Per approssimare l'integrale $I = \int_1^2 \log x \, dx$ si utilizza la formula dei trapezi. Indicare il numero di sottointervalli in cui si deve suddividere l'intervallo di integrazione in modo da ottenere un massimo errore assoluto $E(f)$ che verifichi $|E(f)| \leq 10^{-2}$.

SOLUZIONE

1) Risultando $A_x = \max_{(x,y) \in D} \left| \frac{\partial f}{\partial x} \right| = 3$ e $A_y = \max_{(x,y) \in D} \left| \frac{\partial f}{\partial y} \right| = 2$ si ottiene

$$|\delta_f| \leq |\delta_a| + A_x |\delta_x| + A_y |\delta_y| = 10^{-3} + 5 \cdot 10^{-3} = \frac{3}{500}.$$

2) La fattorizzazione cercata è

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad R = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

3) Risultando $f'(x) < 0$ e $f''(x) > 0$ per ogni $x \in [-4, -3]$, un buon punto di partenza per il metodo di Newton è $x_0 = -4$.

4) Si risolve il sistema delle equazioni normali dato da

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix}$$

ottenendo $(x_1, x_2)^T = (0, 3/5)^T$.

5) Si ha $M_2 = \max_{x \in [1,2]} |f''(x)| = 1$. Imponendo che l'errore commesso nella applicazione della formula dei trapezi soddisfi $|E_1^{(G)}(f)| \leq \frac{1}{2} \cdot 10^{-2}$ si ottiene che l'intervallo di integrazione deve essere suddiviso in $m \geq 5$ sottointervalli.