
Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 23/07/2018



COGNOME NOME

MATRICOLA...

--	--	--	--	--	--

RISPOSTE

1)

--

2)

--

3)

--

4)

--

5)

--

N.B. Le risposte devono essere giustificate e tutto deve essere scritto a penna con la massima chiarezza.

Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 23/07/2018



- 1) Si determini l'errore relativo nel calcolo della funzione

$$f(x, y) = \frac{x^2}{x + y}.$$

- 2) Calcolare la fattorizzazione LR della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -3 & 2 \end{pmatrix}.$$

- 3) Il numero $\alpha = \sqrt{3}$ è punto fisso della funzione

$$\phi(x) = x^3 - 9x + 7\sqrt{3}.$$

- a) Esistono valori x_0 che rendono convergente la successione $x_{n+1} = \phi(x_n)$?
b) Per tali valori iniziali, quale è l'ordine di convergenza del metodo?

- 4) È data la tabella di valori

$$\begin{array}{c|ccccc} x & 0 & 1 & -2 & -1 \\ \hline f(x) & 2\alpha & -11 & \alpha^2 & 1 \end{array}, \quad \alpha \in \mathbb{R}.$$

Determinare i valori reali di α per i quali il polinomio di interpolazione risulta di grado minimo.

- 5) Per approssimare l'integrale $I = \int_0^1 e^{-\cos(x)} dx$ si utilizza la formula dei trapezi. In quanti sottointervalli si deve suddividere l'intervallo di integrazione per ottenere una approssimazione con massimo errore assoluto $|E| \leq 10^{-2}$?

SOLUZIONE

- 1) Considerando l'algoritmo

$$r_1 = x^2, \quad r_2 = x + y, \quad r_3 = \frac{r_1}{r_2},$$

si ottiene l'espressione dell'errore relativo

$$\epsilon_f = \epsilon_1 - \epsilon_2 + \epsilon_3 + \frac{x+2y}{x+y} \epsilon_x - \frac{y}{x+y} \epsilon_y.$$

- 2) Risulta

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad R = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- 3) La derivata prima della funzione $\phi(x)$ si annulla in α per cui, per il teorema di convergenza locale, esistono valori iniziali che rendono convergente lo schema iterativo proposto.

La derivata seconda della funzione $\phi(x)$ non si annulla in α per cui lo schema iterativo ha ordine di convergenza $p = 2$.

- 4) Dal quadro delle differenze divise si ricava che esistono due valori di α che rendono il polinomio di interpolazione di grado 2:

$$\alpha_1 = -4 \quad (P_2(x) = 3x^2 - 6x - 8); \quad \alpha_2 = -2 \quad (P_2(x) = -x^2 - 6x - 4).$$

- 5) Se si maggiora $|f''(x)|$ con 2, imponendo $|E_1^{(G)}| \leq 10^{-2}/2$, si ottiene che il numero di intervalli da utilizzare è $L \geq 6$.