

---

# Test Telematico di Calcolo Numerico

---

Ingegneria Informatica 6/07/2020

---



**1)** Calcolare la fattorizzazione  $LR$  della matrice

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}.$$

**2)** Calcolare le soluzioni dell'equazione

$$x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 8x - 4 = 0.$$

Se si applicasse il metodo di Newton per approssimare le soluzioni, quale ordine di convergenza si avrebbe?

**3)** È data la tabella di valori

$x$	0	1	2	-3	$\beta$
$f(x)$	-1	$\alpha$	3	8	15

Calcolare i valori reali di  $\alpha$  e  $\beta$  in modo che il polinomio di interpolazione risulti di grado minimo.

**4)** È dato il sistema lineare sovradeterminato  $Ax = b$  con matrice dei coefficienti

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -\alpha \\ \alpha & 1 \\ 1 & -\alpha \\ \alpha & 1 \end{pmatrix}, \quad \alpha \in \mathbb{R}.$$

Indicare i valori reali di  $\alpha$  per i quali il sistema ha una unica soluzione nel senso dei minimi quadrati.

# SOLUZIONE

1) Risultano

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad R = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

2) L'equazione data ha soluzioni

$$\alpha_1 = 2, \quad \alpha_2 = -2, \quad \alpha_{3,4} = -1.$$

Il metodo di Newton ha ordine di convergenza  $p = 2$  nella approssimazione delle radici semplici e ordine di convergenza  $p = 1$  per approssimare  $\alpha_3$ .

- 3) Il polinomio di interpolazione relativo ai tre punti che non coinvolgono  $\alpha$  e  $\beta$  è  $P_2(x) = x^2 - 1$ .  
 Quindi, per non avere un polinomio di grado superiore, calcoliamo  $\alpha = P_2(1) = 0$  e da  $P_2(\beta) = 15$  si hanno i valori  $\beta_{1,2} = \pm 4$ .
- 4) Affinché il sistema abbia una unica soluzione nel senso dei minimi quadrati, la matrice  $A$  deve risultare di rango massimo. Guardando i sei minori di ordine 2 estraibili da  $A$ , si conclude che il rango risulta uguale a 2 per ogni  $\alpha \in \mathbb{R}$ .