
Test Telematico di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 6/07/2020



- 1) Calcolare la fattorizzazione LR della matrice

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}.$$

- 2) Calcolare le soluzioni dell'equazione

$$x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 8x - 4 = 0.$$

Se si applicasse il metodo di Newton per approssimare le soluzioni, quale ordine di convergenza si avrebbe?

- 3) È data la tabella di valori

$$\begin{array}{c|ccccc} x & 0 & 1 & 2 & -3 & \beta \\ \hline f(x) & -1 & \alpha & 3 & 8 & 15 \end{array}, \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}.$$

Calcolare i valori reali di α e β in modo che il polinomio di interpolazione risulti di grado minimo.

- 4) È dato il sistema lineare sovradeterminato $Ax = b$ con matrice dei coefficienti

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -\alpha \\ \alpha & 1 \\ 1 & -\alpha \\ \alpha & 1 \end{pmatrix}, \quad \alpha \in \mathbb{R}.$$

Indicare i valori reali di α per i quali il sistema ha una unica soluzione nel senso dei minimi quadrati.

SOLUZIONE

1) Risultano

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad R = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

2) L'equazione data ha soluzioni

$$\alpha_1 = 2, \quad \alpha_2 = -2, \quad \alpha_{3,4} = -1.$$

Il metodo di Newton ha ordine di convergenza $p = 2$ nella approssimazione delle radici semplici e ordine di convergenza $p = 1$ per approssimare α_3 .

3) Il polinomio di interpolazione relativo ai tre punti che non coinvolgono α e β è $P_2(x) = x^2 - 1$.

Quindi, per non avere un polinomio di grado superiore, calcoliamo $\alpha = P_2(1) = 0$ e da $P_2(\beta) = 15$ si hanno i valori $\beta_{1,2} = \pm 4$.

4) Affinché il sistema abbia una unica soluzione nel senso dei minimi quadrati, la matrice A deve risultare di rango massimo. Guardando i sei minori di ordine 2 estraibili da A , si conclude che il rango risulta uguale a 2 per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$.