

---

# Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 01/07/2019



COGNOME ..... NOME .....

MATRICOLA...

--	--	--	--	--	--

## RISPOSTE

1)

--

2)

--

3)

--

4)

--

5)

--

**N.B.** Le risposte devono essere giustificate e tutto deve essere scritto a penna con la massima chiarezza.

---

# Test di Calcolo Numerico

---

Ingegneria Informatica 01/07/2019

---



- 1) Si determini l'errore relativo nel calcolo della funzione

$$f(x, y) = \frac{y}{x^2}.$$

- 2) La matrice

$$A = \frac{1}{10} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 7 & 8 \\ 18 & 5 & 11 & 59 \\ 0 & 0 & -6 & 0 \\ 0 & 0 & 80 & 7 \end{pmatrix}$$

risulta convergente?

- 3) Calcolare i punti fissi della funzione

$$\phi(x) = \frac{x^4 + 4x^2 + 10x - 12}{5x^2}.$$

- 4) È data la funzione  $f(x) = -x^2 - x + 2$ .

Calcolare il polinomio  $P_1(x)$  di interpolazione relativo ai punti  $x_0 = 0$  e  $x_1 = 1$ .

Posto  $E_1(x) = f(x) - P_1(x)$ , determinare

$$\max_{x \in [0,1]} |E_1(x)|.$$

- 5) Per approssimare l'integrale  $I = \int_1^2 xf(x)dx$  si utilizza la formula di quadratura

$$J_0(f) = a_0 f(x_0).$$

Determinare il peso  $a_0$  e il nodo  $x_0$  in modo da ottenere il massimo grado di precisione algebrico.

Indicare il grado di precisione ottenuto.

# SOLUZIONE

- 1) Seguendo l'algoritmo  $r_1 = x^2$  e  $r_2 = \frac{y}{r_1}$  si ottiene l'espressione dell'errore relativo

$$\epsilon_f = \epsilon_2 - \epsilon_1 - 2\epsilon_x + \epsilon_y .$$

- 2) La matrice  $A$  ha autovalori

$$\lambda_1 = \frac{1}{10}, \quad \lambda_2 = \frac{5}{10}, \quad \lambda_3 = -\frac{6}{10}, \quad \lambda_4 = \frac{7}{10} .$$

Quindi  $\rho(A) = \frac{7}{10}$  per cui la matrice risulta convergente.

- 3) I punti fissi sono le soluzioni dell'equazione  $x = \phi(x)$ . Risolvendo tale equazione si determinano quattro punti fissi

$$\alpha_1 = 2, \quad \alpha_2 = 3, \quad \alpha_{3,4} = \pm\sqrt{2} .$$

- 4) Il polinomio cercato è  $P_1(x) = 2(1-x)$ . Segue  $E_1(x) = -x^2 + x$  che assume il suo massimo valore assoluto per  $x = 1/2$  e risulta

$$\max_{x \in [0,1]} |E_1(x)| = \frac{1}{4} .$$

- 5) Imponendo che la formula risulti esatta per  $f(x) = 1$  e  $f(x) = x$  si ha  $a_0 = 3/2$  e  $x_0 = 14/9$ .

La formula così ottenuta non è esatta per  $f(x) = x^2$  per cui il grado di precisione è  $m = 1$ .