
Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 02/07/2018



COGNOME NOME

MATRICOLA...

--	--	--	--	--	--

RISPOSTE

1)

--

2)

--

3)

--

4)

--

5)

--

N.B. Le risposte devono essere giustificate e tutto deve essere scritto a penna con la massima chiarezza.

Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 02/07/2018



1) Si vuole calcolare la funzione

$$f(x, y) = \frac{x^2}{y}$$

in un punto $P_0 \in [-2, -1] \times [2, 3]$.

Si suppone di commettere un errore algoritmico $|\delta_a| \leq \frac{1}{2}10^{-2}$ e di introdurre i valori x e y con errori $|\delta_x| \leq \frac{1}{2}10^{-2}$ e $|\delta_y| \leq \frac{1}{2}10^{-2}$.

Quale è il massimo errore assoluto $|\delta_f|$?

2) La matrice

$$A = \frac{1}{8} \begin{pmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

è convergente?

3) Studiare l'equazione

$$e^{-x} - Kx = 0, \quad K \in \mathbb{R},$$

al variare del parametro reale K .

4) È data la tabella di valori

x	0	1	3	-2
$f(x)$	-2	1	7	-8

Determinare la retta di equazione $y = ax + b$ che approssima la funzione $f(x)$ nel senso dei minimi quadrati.

5) Per approssimare l'integrale $I = \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{8}} f(x) dx$ si utilizza la formula di quadratura

$$J_1(f) = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(f(\sqrt{8}) + f(\sqrt{2}) \right).$$

Supposto che risulti $E_1(f) = K f^{(s)}$, determinare K e s .

SOLUZIONE

- 1) Risultando $\frac{\partial f}{\partial x} = 2x/y$ e $\frac{\partial f}{\partial y} = -x^2/y^2$ si ha

$$|\delta_f| \leq |\delta_a| + 2 \cdot |\delta_x| + 1 \cdot |\delta_y| = 2 \cdot 10^{-2}.$$

- 2) Gli autovalori della matrice A sono $\lambda_1 = 1/2$, $\lambda_2 = 1/4$ e $\lambda_3 = 5/8$. Il raggio spettrale di A è $\rho(A) = 5/8$ per cui la matrice risulta convergente.
- 3) Da una semplice separazione grafica si evidenziano le seguenti possibilità:

$$\begin{cases} K < -e & 2 \text{ soluzioni distinte} \\ K = -e & 2 \text{ soluzioni coincidenti} \\ -e < K \leq 0 & \text{nessuna soluzione} \\ K > 0 & 1 \text{ soluzione} \end{cases}.$$

- 4) Risolvendo il *sistema delle equazioni normali*, la retta ha equazione $y = 3x - 2$ (da notare che tale retta è anche interpolante).
- 5) La formula risulta esatta per $f(x) = 1, x$ mentre si ha $E_1(x^2) = -\sqrt{2}/3$. Da questo derivano i valori

$$s = 2, \quad K = -\frac{\sqrt{2}}{6}.$$