
Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 3/07/2017



COGNOME NOME

MATRICOLA...

--	--	--	--	--	--

RISPOSTE

1)

--

2)

--

3)

--

4)

--

5)

--

N.B. Le risposte devono essere giustificate e tutto deve essere scritto a penna con la massima chiarezza.

Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 3/07/2017



- 1) Si vuole calcolare la funzione

$$f(x) = x^2$$

in un punto $P_0 \in [2, 3]$.

Per avere un errore assoluto $|\delta_f| \leq 10^{-2}$, quali limitazioni devono soddisfare l'errore assoluto algoritmico δ_a e l'errore assoluto δ_x ?

- 2) Una matrice $A \in \mathbb{C}^{4 \times 4}$ ha autovalori

$$\lambda_1 = 3, \quad \lambda_2 = -3, \quad \lambda_3 = i, \quad \lambda_4 = 2i.$$

- a) La matrice A soddisfa le ipotesi di convergenza del metodo delle potenze?
- b) La matrice A^{-1} soddisfa le ipotesi di convergenza del metodo delle potenze?

- 3) La matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

è riducibile.

Determinare una matrice di permutazione P che riduce la matrice data.

- 4) Calcolare i punti fissi della funzione

$$\phi(x) = \frac{x^3 + 6}{4x - 1}.$$

- 5) Per approssimare l'integrale $I(f) = \int_{-1}^1 f(x)dx$ si utilizza la formula di quadratura

$$J_2(f) = \frac{5}{9}f\left(\sqrt{\frac{3}{5}}\right) + \frac{8}{9}f(0) + \frac{5}{9}f\left(-\sqrt{\frac{3}{5}}\right).$$

Determinate il grado di precisione di tale formula.

SOLUZIONE

- 1) Suddividendo l'errore totale in parti uguali, si ha $|\delta_a| \leq \frac{1}{2}10^{-2}$ (si arrotonda il risultato della operazione alla seconda cifra decimale). Essendo $A_x = 6$ basta porre $|\delta_x| < \frac{1}{12}10^{-2}$ (si arrotondano i dati alla terza cifra decimale).
- 2) La matrice A non soddisfa le ipotesi del teorema del metodo delle potenze avendo due autovalori distinti di modulo massimo.
La matrice A^{-1} soddisfa le ipotesi del teorema del metodo delle potenze avendo un unico autovalore di modulo massimo e risultando diagonalizzabile (autovalori due a due distinti).
- 3) Dallo studio del grafo orientato si ottiene, per esempio,

$$P = (e^{(3)}|e^{(1)}|e^{(4)}|e^{(2)}) \ .$$

- 4) Risolvendo l'equazione $x = \phi(x)$ si ottengono tre punti fissi

$$\alpha_1 = -1 \ . \quad \alpha_2 = 2 \ , \quad \alpha_3 = 3 \ .$$

- 5) La formula proposta risulta esatta per per $f(x) = 1, x, x^2, x^3, x^4, x^5$ ma non per $f(x) = x^6$ per cui il gardo di precisione è $m = 5$.