

---

# Test Telematico di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 15/06/2020

---



- 1) Si determini l'errore relativo nel calcolo della funzione

$$f(x, y) = \frac{y}{x^2}.$$

- 2) Calcolare gli autovalori della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 4 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

La matrice  $A$  risulta convergente?

- 3) Calcolare i punti fissi della funzione

$$\phi(x) = \frac{7x - 6}{x^2}.$$

- 4) Per approssimare l'integrale  $I(x^4 f) = \int_{-1}^1 x^4 f(x) dx$  si utilizza la formula di quadratura

$$J_1(f) = a_0 f\left(-\frac{1}{2}\right) + a_1 f(1).$$

Determinare i pesi  $a_0$  e  $a_1$  in modo da ottenere il massimo grado di precisione. Indicare il grado di precisione raggiunto.

# SOLUZIONE

- 1) Si segue l'algoritmo  $r_1 = x \cdot x$ ,  $r_2 = y/r_1$ . L'errore relativo complessivo è

$$\epsilon_f = \epsilon_{r_2} = \epsilon_2 - \epsilon_{r_1} + \epsilon_y = \epsilon_2 - \epsilon_1 - 2\epsilon_x + \epsilon_y$$

- 2) La matrice  $-A$  risulta di Frobenius. Segue che gli autovalori di  $-A$  sono gli zeri dell'equazione  $\lambda^4 + 4 = 0$  per cui gli autovalori di  $A$  sono le radici quarte di  $-4$  cambiate di segno.

Essendo tutti gli autovalori di modulo  $\sqrt{2}$ , la matrice non risulta convergente.

- 3) I punti fissi sono le soluzioni dell'equazione

$$x = \frac{7x - 6}{x^2}$$

Riducendo allo stesso denominatore si deduce che i punti fissi sono le soluzioni non nulle dell'equazione  $x^3 - 7x + 6 = 0$ . Quindi i valori cercati sono

$$\alpha_1 = 1, \quad \alpha_2 = 2, \quad \alpha_3 = -3.$$

- 4) Imponendo che la formula risulti esatta per  $f(x) = 1, x$  si ottengono i valori

$$a_0 = \frac{4}{15}, \quad a_1 = \frac{2}{15}.$$

La formula trovata non risulta esatta per  $f(x) = x^2$  per cui il grado di precisione (algebrico) è  $m = 1$ .