Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 10/06/2019

COGNOME .... NOME ....

MATRICOLA...

Risposte

1)

2)

3)

4)

5)

N.B. Le risposte devono essere giustificate e tutto deve essere scritto a penna con la massima chiarezza.

Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 10/06/2019

1) Calcolare la cardinalità dell'insieme dei numeri di macchina $F(3, 3, -3, 3)$.

2) È data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 7 \\ 5 & -3 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \end{pmatrix} .$$

Dire se la matrice A è riducibile e, nel caso in cui lo sia, indicare una matrice di permutazione che la riduce.

3) È data l'equazione

$$e^{-x} - 2x^2 + x + 1 = 0 .$$

Indicare il numero delle soluzioni reali e, per ciuascuna di esse, dare un intervallo di separazione.

4) È data la tabella di valori

$$\begin{array}{c|cccc} x & 0 & 1 & -1 & 2 \\ \hline y & \alpha & 0 & 2 & -\alpha^2 \end{array}, \quad \alpha \in \mathbb{R}.$$

Determinare i valori reali di α per i quali il polinomio di interpolazione risulta di grado minimo.

5) Per approssimare l'integrale $I = \int_1^4 f(x)dx$ si utilizza la formula di quadratura

$$J_1(f) = a_0 f(2) + a_1 f(3).$$

Determinare i pesi a_0 e a_1 in modo da ottenere il massimo grado di precisione algebrico.
Indicare il grado di precisione ottenuto.

Soluzione

1) La cardinalità richiesta è data da $2(\beta-1)\beta^{m-1}(U-L+1)+1$ dove β è la base della rappresentazione, m è il numero delle cifre rappresentate nella mantissa, L e U sono, rispettivamente, il minimo ed il massimo esponente da dare alla base nella rappresentazione del numero. Nel caso considerato si ha $\beta = 3$, $m = 3$, $L = -3$ e $U = 3$ per cui la cardinalità risulta uguale a 253.

2) La matrice A risulta riducibile (si deduce dal grafo orientato ad essa abbinato) e una matrice di permutazione che la riduce è $P = (e^{(4)}, e^{(2)}, e^{(1)}, e^{(3)})$.

3) Da una semplice separazione grafica si ricava che l'equazione data ha 3 soluzioni con $\alpha_1 \in]-3,-2[$, $\alpha_2 \in]-2,-1[$ e $\alpha_3 \in]1,2[$.

4) Dal quadro delle differenze divise si ottiene che per $\alpha = 1$ il polinomio di interpolazione risulta di grado 1 ed esattamente $P_3(x) = -x+1$.

5) Imponendo che la formula risulti esatta per $f(x) = 1$ e $f(x) = x$ si ha $a_0 = a_1 = 3/2$.
La formula così ottenuta non è esatta per $f(x) = x^2$ per cui il grado di precisione è $m = 1$.