
Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 12/06/2017



COGNOME NOME

MATRICOLA...

--	--	--	--	--	--

RISPOSTE

1)

--

2)

--

3)

--

4)

--

5)

--

N.B. Le risposte devono essere giustificate e tutto deve essere scritto a penna con la massima chiarezza.

Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 12/06/2017



- 1) Si determini l'errore relativo nel calcolo della funzione

$$f(x, y, z) = \frac{x + y}{z}.$$

- 2) Calcolare la fattorizzazione LR della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 2 \\ -1 & -6 & -2 \end{pmatrix}.$$

- 3) Determinare il numero di radici reali della equazione

$$e^x + 2x^2 - x - 5 = 0$$

indicando per ciascuna di esse un intervallo di separazione.

- 4) Determinare la retta di equazione $y = a + bx$ che approssima nel senso dei minimi quadrati la funzione $f(x)$ di cui si conoscono i valori

$$\begin{array}{c|cccc} x & -1 & 1 & 0 & 3 \\ \hline f(x) & 2 & -2 & 4 & 1 \end{array}.$$

- 5) Per approssimare l'integrale $I(f) = \int_{-1}^1 f(x)dx$ si utilizza la formula di quadratura

$$J_1(f) = a_0 f(-1/2) + 3f(x_0).$$

Calcolare il peso a_0 ed il nodo x_0 che individuano la formula con grado di precisione massimo. Indicare il grado di precisione ottenuto.

SOLUZIONE

- 1) Seguendo l'algoritmo $r_1 = x + y$, $r_2 = r_1/z$ si ottiene

$$\epsilon_f = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \frac{x}{x+y}\epsilon_x + \frac{y}{x+y}\epsilon_y - \epsilon_z.$$

- 2) La fattorizzazione richiesta è data da

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad R = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}.$$

- 3) L'equazione data ha due soluzioni. Possibili intervalli di separazione sono

$$\alpha_1 \in [-1.5, -1], \quad \alpha_2 \in [1.1, 1.5].$$

- 4) I coefficienti a e b si determinano risolvendo il sistema $A^T A c = A^T b$ con

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}.$$

La soluzione è $c = \frac{1}{35}(58, -19)^T$ per cui la retta cercata ha equazione $y = \frac{58}{35} - \frac{19}{35}x$.

- 5) Imponendo che la formula sia esatta per $f(x) = 1, x$ si ottiene il peso $a_0 = -1$ e il nodo $x_0 = -\frac{1}{6}$. La formula ottenuta non risulta esatta per $f(x) = x^2$ per cui il grado di precisione è $m = 1$.