
Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 14/01/2019



COGNOME NOME

MATRICOLA...

--	--	--	--	--	--

RISPOSTE

1)

--

2)

--

3)

--

4)

--

5)

--

N.B. Le risposte devono essere giustificate e tutto deve essere scritto a penna con la massima chiarezza.

Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 14/01/2019



- 1) Si determini l'errore relativo nel calcolo della funzione

$$f(x, y) = x^2 - y .$$

- 2) Una matrice $A \in \mathbb{C}^{3 \times 3}$ ha autovalori

$$\lambda_1 = 1, \quad \lambda_2 = i, \quad \lambda_3 = -i .$$

Quale è il polinomio caratteristico della matrice A^{-1} ?

- 3) Determinare intervalli di separazione dei punti fissi della funzione

$$\phi(x) = \frac{2 + \log x}{x} .$$

- 4) È data la tabella di valori

x	0	1	-1	-2
$f(x)$	1	3	1	3

Determinare la retta di equazione $y = ax + b$ che approssima la funzione $f(x)$ nel senso dei minimi quadrati.

- 5) Per approssimare l'integrale $I(x^2 f) = \int_{-1}^1 x^2 f(x) dx$ si utilizza la formula di quadratura

$$J_1(f) = \frac{1}{3} \left(f\left(-\sqrt{\frac{3}{5}}\right) + f\left(\sqrt{\frac{3}{5}}\right) \right) .$$

Supposto che risulti $E_1(f) = K f^{(s)}$, determinare K e s .

SOLUZIONE

- 1) Considerando l'algoritmo

$$r_1 = x \cdot x, \quad r_2 = r_1 - y,$$

si ottiene l'espressione dell'errore relativo

$$\epsilon_f = \frac{x^2}{x^2 - y} \epsilon_1 + \epsilon_2 + 2 \frac{x^2}{x^2 - y} \epsilon_x - \frac{y}{x^2 - y} \epsilon_y.$$

- 2) Gli autovalori della matrice A^{-1} sono i reciproci degli autovalori di A per cui il polinomio caratteristico di A^{-1} è

$$P(\lambda) = -(\lambda - 1)(\lambda - \frac{1}{i})(\lambda + \frac{1}{i}) = -(\lambda - 1)(\lambda + i)(\lambda - i).$$

- 3) Si devono separare le soluzioni dell'equazione $x = \phi(x)$, cioè le soluzioni dell'equazione $x^2 - 2 - \log x = 0$. Si evidenziano due soluzioni α_1, α_2 con

$$\alpha_1 \in]0.01, 1/2[, \quad \alpha_2 \in]1, 2[.$$

- 4) Ponendo

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, f = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, x = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

e risolvendo il sistema delle equazioni normali $A^T A x = A^T f$ si ottiene la retta di equazione $y = 2$.

- 5) La formula risulta esatta per $f(x) = 1, x, x^2, x^3$ ma non per $f(x) = x^4$ per cui il grado di precisione è $m = 3$.

Ne segue che $s = 4$ ed essendo $E_1(x^4) = \frac{8}{175}$ si ottiene $K = \frac{1}{525}$.