

---

# Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 14/01/2019

---



COGNOME ..... NOME .....

MATRICOLA... 

--	--	--	--	--	--

## RISPOSTE

1)

--	--

2)

--	--

3)

--	--

4)

--	--

5)

--	--

**N.B.** Le risposte devono essere giustificate e tutto deve essere scritto a penna con la massima chiarezza.

---

# Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 14/01/2019

---



- 1) Si determini l'errore relativo nel calcolo della funzione

$$f(x, y) = x^2 - y.$$

- 2) Una matrice  $A \in \mathbb{C}^{3 \times 3}$  ha autovalori

$$\lambda_1 = 1, \quad \lambda_2 = i, \quad \lambda_3 = -i.$$

Quale è il polinomio caratteristico della matrice  $A^{-1}$ ?

- 3) Determinare intervalli di separazione dei punti fissi della funzione

$$\phi(x) = \frac{2 + \log x}{x}.$$

- 4) È data la tabella di valori

$x$	0	1	-1	-2
$f(x)$	1	3	1	3

Determinare la retta di equazione  $y = ax + b$  che approssima la funzione  $f(x)$  nel senso dei minimi quadrati.

- 5) Per approssimare l'integrale  $I(x^2 f) = \int_{-1}^1 x^2 f(x) dx$  si utilizza la formula di quadratura

$$J_1(f) = \frac{1}{3} \left( f \left( -\sqrt{\frac{3}{5}} \right) + f \left( \sqrt{\frac{3}{5}} \right) \right).$$

Supposto che risulti  $E_1(f) = K f^{(s)}$ , determinare  $K$  e  $s$ .

# SOLUZIONE

- 1) Considerando l'algoritmo

$$r_1 = x \cdot x, \quad r_2 = r_1 - y,$$

si ottiene l'espressione dell'errore relativo

$$\epsilon_f = \frac{x^2}{x^2 - y} \epsilon_1 + \epsilon_2 + 2 \frac{x^2}{x^2 - y} \epsilon_x - \frac{y}{x^2 - y} \epsilon_y.$$

- 2) Gli autovalori della matrice  $A^{-1}$  sono i reciproci degli autovalori di  $A$  per cui il polinomio caratteristico di  $A^{-1}$  è

$$P(\lambda) = -(\lambda - 1)(\lambda - \frac{1}{i})(\lambda + \frac{1}{i}) = -(\lambda - 1)(\lambda + i)(\lambda - i).$$

- 3) Si devono separare le soluzioni dell'equazione  $x = \phi(x)$ , cioè le soluzioni dell'equazione  $x^2 - 2 - \log x = 0$ . Si evidenziano due soluzioni  $\alpha_1, \alpha_2$  con

$$\alpha_1 \in ]0.01, 1/2[, \quad \alpha_2 \in ]1, 2[.$$

- 4) Ponendo

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, f = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, x = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

e risolvendo il sistema delle equazioni normali  $A^T A x = A^T f$  si ottiene la retta di equazione  $y = 2$ .

- 5) La formula risulta esatta per  $f(x) = 1, x, x^2, x^3$  ma non per  $f(x) = x^4$  per cui il grado di precisione è  $m = 3$ .

Ne segue che  $s = 4$  ed essendo  $E_1(x^4) = \frac{8}{175}$  si ottiene  $K = \frac{1}{525}$ .